逐光知理 · 高考物理参考答案与详解

2025年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）物理

参考答案与详解（本站独立编撰）

山东 · 选择性考试 · 8 单选 + 4 多选 + 2 实验 + 4 计算 · 100 分

本册答案与解析由逐光知理物理教研组依据原卷题面独立编撰：选择题逐项分析、实验题逐空分析、计算题给出完整推导。涉及图象读数的题目（如第 1 题遏止电压大小关系、第 9 题波形图、第 12 题 $y-t$ 图的最大值、第 13 题 $a-F$ 图截距）均以原卷插图为依据，读数的具体位置请以高清矢量图为准。数值均经逐条回代核对；未使用 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$ 的题目一律以题给 g 为准。

答案速查

1 **B**	2 **C**	3 **A**	4 **C**	5 **A**	6 **C**
7 **D**	8 **B**	9 **BD**	10 **BC**	11 **BD**	12 **AD**

题号	主考点	答案摘要
13	验证牛顿第二定律：光电门测速与 $a-F$ 图像分析	（1）1.00 （2）0.41 （3）增大 （4）$\mathrm{kg^{-1}}$
14	模拟远距离输电：低压与高压输电的损耗对比	（1）200；2.4 （2）100 （3）0.9
15	几何光学：折射率测定与全反射光程、传播时间	（1）$n=\sqrt{3}$ （2）$t=\dfrac{19\sqrt{3}R}{5c}$
16	理想气体实验定律与热力学第一定律（含摩擦活塞）	（1）$h_2=\dfrac{4}{3}h_1$ （2）$Q=\dfrac{8}{63}p_0h_1S$
17	动量守恒、机械能守恒与弹簧弹性势能的多过程综合	（1）$v_1=6\ \mathrm{m/s}$，$v_2=\dfrac{2}{3}\ \mathrm{m/s}$ （2）$v_b=\dfrac{2}{3}\ \mathrm{m/s}$，$E_{pm}=\dfrac{5}{2}\ \mathrm{J}$
18	导体框在非均匀 / 随时间变化磁场中的电磁感应与动力学	（1）$v=\dfrac{mgR\sin\alpha}{B^2L^2\cos^2\alpha}$，$s=\dfrac{m^2gR^2\sin\alpha}{2B^4L^4\cos^4\alpha}$ （2）$d=\dfrac{mRv_0}{k_2^2L^4}$

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 选择题 · 3分

答案 B

详解

A. × $E_{k1} > E_{k2} > E_{k3}$——错误

光电子的最大初动能只由入射光频率与金属逸出功决定，而实验中是用同一束频率、强度都相同的单色光分别照射三种金属，故三种金属的逸出功不同才导致最大初动能不同。由动能定理，遏止电压与最大初动能满足

$$eU_c = E_k$$

即 E_k 与 U_c 一一对应、单调同增，不可能出现“遏止电压小的金属反而最大初动能大”。按图中三条图线在横轴上的截距（反向截止电压）比较，金属 1 的遏止电压最小，因此 E_{k1} 必为三者中最小，A 把顺序整体排反。

B. √ $E_{k2} > E_{k3} > E_{k1}$——正确

读图可得三种金属对应的遏止电压大小关系为

$$U_{c2} > U_{c3} > U_{c1}$$

结合 $eU_c = E_k$（e 为元电荷，对三种金属相同），立得

$$E_{k2} > E_{k3} > E_{k1}$$

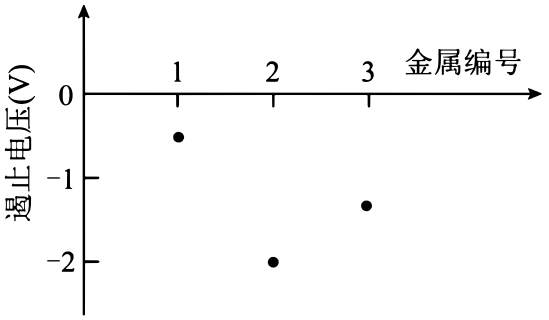
这与爱因斯坦方程 $E_k = h\nu - W_0$ 自洽：入射光频率 ν 相同，遏止电压越大说明该金属逸出功 W_0 越小、最大初动能越大。

C. × $E_{k3} > E_{k2} > E_{k1}$——错误

该选项把金属 2、3 的次序颠倒。图中金属 2 的图线与横轴交点离原点最远，即 U_{c2} 最大，故 E_{k2} 必须排在最前，不能把 E_{k3} 置于 E_{k2} 之前。

D. × $E_{k3} > E_{k1} > E_{k2}$——错误

该选项认为 E_{k1} 居中，但金属 1 的遏止电压最小，E_{k1} 只能是最小值；同时它又把 E_{k2} 排在最后，与 U_{c2} 最大直接矛盾。常见错因是把“图线斜率”或“饱和电流”当成了判断依据——本题三束光强度相同，饱和光电流接近，真正决定 E_k 大小的只有遏止电压。



题图：用同一单色光照射金属 1、2、3 所得的光电流—电压图线

U_c 是“截止电压”，其绝对值才与 E_k 成正比；比较时只看图线与横轴交点到原点的距离。

2. 选择题 · 3分

答案 C

详解

A. × 只有 $r > r_0$ 时 E_p 为正——错误

以 $r = r_0$ 处为势能零点，则任意间距的势能等于把分子从 r_0 移到该间距过程中克服分子力所做的功：$E_p(r) = -\int_{r_0}^{r} F\,\mathrm{d}r'$。当 $r > r_0$ 时分子力表现为引力，远离需克服引力做功，$E_p > 0$ 这部分没错，但结论并不“只有”这一侧成立，故 A 覆盖面不足。

B. × 只有 $r < r_0$ 时 E_p 为正——错误

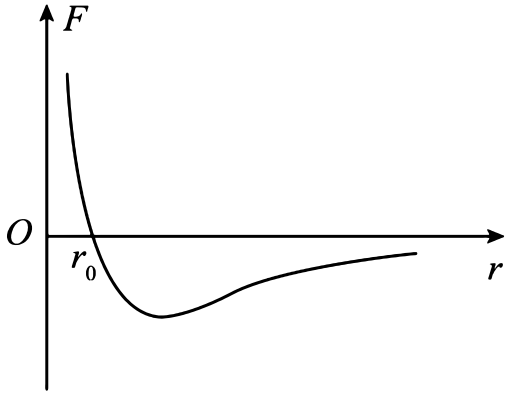
同理，$r < r_0$ 时分子力表现为斥力，把分子从 r_0 压缩到更近也要克服斥力做功，$E_p > 0$；但该结论同样不排除 $r > r_0$ 的一侧，用“只有”限定即为错误。

C. √ 当 $r \neq r_0$ 时 E_p 为正——正确

r_0 是分子力为零的平衡位置，也是势能的极小值点。既然规定该点 $E_p = 0$，则无论把分子拉开（$r > r_0$，克服引力做功）还是压紧（$r < r_0$，克服斥力做功），外力都要做正功，势能必然升高，故只要 $r \neq r_0$ 就有 $E_p > 0$。数学上等价于 $E_p(r) - E_p(r_0) > 0$ 对 $r \neq r_0$ 恒成立。

D. × 当 $r \neq r_0$ 时 E_p 为负——错误

若 $r \neq r_0$ 时 $E_p < 0$，就意味着 r_0 处势能为极大值，与“r_0 处分子合力为零、两侧均需克服分子力做功”完全相反；这相当于把零点选在了无穷远处（此时 $r > r_0$ 段才为负），混淆了两种零点选取。



题图：分子间作用力 F 随分子间距离 r 的变化关系

势能正负由“零点选在哪里”决定：选 r_0 处为零，则处处非负；选无穷远处为零，则 $r > r_0$ 段为负。

3. 选择题 · 3分

答案 A

详解

A. √ 条纹间距不变，亮度减小——正确

条纹间距只由波长与装置几何决定：$\Delta x = \dfrac{l}{d}\lambda$（$l$ 为双缝到屏的距离，d 为 S_1、S_2 间距）。转动 P_2 不改变 λ、l、d，也不改变两束光的几何路程差，故间距不变。亮度方面：通过 P_1 后两缝出射的是同一方向的线偏振光，P_2 与 P_1 透振方向夹角为 φ 时，每束光的振幅按马吕斯定律衰减为 $A\cos\varphi$，光强按 $I \propto \cos^2\varphi$ 衰减。φ 由 0 增大到 90° 的过程中 $\cos^2\varphi$ 由 1 减到 0，两束光被同等程度削弱，相位差不变、条纹可见度不变，只是整体变暗，直至消光。

B. × 条纹间距增大，亮度不变——错误

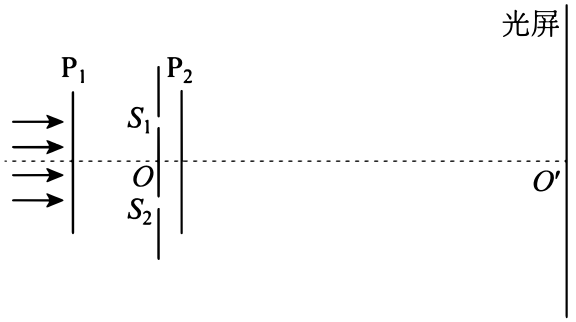
间距增大需要 λ 变大或 l/d 变大，转动偏振片两者都不改变；亮度不变则要求透过率与夹角无关，与马吕斯定律 $I = I_0\cos^2\varphi$ 矛盾。

C. × 条纹间距减小，亮度减小——错误

后半句正确、前半句错误。注意偏振片只削减振幅，不改变波长，因而不会压缩条纹；这是把“亮度变化”与“间距变化”混为一谈的典型错误。

D. × 条纹间距不变，亮度增大——错误

把 P_2 绕 OO' 轴转过 90° 的过程是透振方向由平行转到正交，透过率单调下降，绝不可能使亮度增大；只有当 P_2 由正转向平行转动时亮度才增大。



题图：双缝干涉与偏振片 P_1、P_2 装置

关键区分：偏振片改变的是振幅（强度），波片或介质才会改变波长从而影响间距。

4. 选择题 · 3分

答案 C

详解

A. × 11 N——错误

对应把径迹长度取成约 R（而非题给的约 $R/5$）：此时 $v \approx \dfrac{0.6}{0.02} = 30\ \text{m/s}$，$T = mg + \dfrac{mv^2}{R}$ 将远大于 11 N；若按 $v \approx \dfrac{7}{6} \times 6\ \text{m/s}$ 之类的放大速度估算也会得到偏大的 11 N。总之与题给“长度约为半径的 $\dfrac{1}{5}$”不符。

B. × 9 N——错误

对应速度估大约 15%（$v \approx 6.9\ \text{m/s}$）。由 $T = mg + \dfrac{mv^2}{R}$，v 从 6 m/s 抬到 6.9 m/s 时向心力项由 6 N 升到约 8 N，拉力随之偏大，缺乏数据支持。

C. √ 7 N——正确

曝光时间 $\Delta t = \dfrac{1}{50}\ \text{s} = 0.02\ \text{s}$，径迹弧长约为半径的 $\dfrac{1}{5}$：

$$s \approx \frac{R}{5} = \frac{0.6}{5}\ \text{m} = 0.12\ \text{m}$$

最低点附近速率近似为这段弧的平均速率

$$v \approx \frac{s}{\Delta t} = \frac{0.12}{0.02}\ \text{m/s} = 6\ \text{m/s}$$

最低点由牛顿第二定律（取 $g = 10\ \text{m/s}^2$）

$$T - mg = \frac{mv^2}{R} \ \Rightarrow\ T = 0.1 \times 10 + \frac{0.1 \times 6^2}{0.6}\ \text{N} = 1 + 6\ \text{N} = 7\ \text{N}$$

D. × 5 N——错误

对应速度估小（约 $v \approx 4.9$ m/s）或漏算重力项。若只用 $T = \dfrac{mv^2}{R}$ 而丢掉 mg，得 6 N；若把弧长误取为 $\dfrac{R}{10}$，则 $v = 3$ m/s、$T = 1 + 1.5 = 2.5$ N，都与 D 不符且违背题给条件。

> “估算”题的核心是 $v \approx s/\Delta t$ 与 $T = mg + mv^2/R$ 两步，径迹取 $R/5$ 而不是 R。

5. 选择题 · 3分

答案 A

详解

A. √ $\dfrac{2kv^2}{\eta}$——正确

小车匀速，牵引力与阻力平衡，$F = f = kv$，电动机输出的机械功率

$$P_{机} = Fv = kv^2$$

电动机效率为 50%，故输入电动机的电功率

$$P_{电} = \frac{P_{机}}{50\%} = 2kv^2$$

光伏电池的光电转换效率为 η，即 $P_{电} = \eta P_{太}$，所以单位时间获得的太阳能

$$P_{太} = \frac{2kv^2}{\eta}$$

B. × $\dfrac{kv^2}{2\eta}$——错误

这一步把电机效率用反了：50% 的效率意味着输入电功率应是输出机械功率的 2 倍（除以 0.5），而不是它的 $\dfrac{1}{2}$（乘以 0.5）。

C. × $\dfrac{kv^2 + \frac{1}{2}mv^2}{2\eta}$——错误

题中 $f = kv$、阻力为常量，小车已处于匀速状态，动能不再变化，$\dfrac{1}{2}mv^2$ 是此刻具有的动能而不是需要补充的能量。把它计入功率属于“状态量与过程量混淆”。

D. × $\dfrac{2kv^2 + mv^2}{\eta^2}$——错误

既多算了动能项，又对效率做了平方。能量沿“太阳能→电能→机械能”单向传递，每一级只需除以相应效率一次，η 只出现一次。

> m 是干扰量：匀速阶段的质量不出现在稳态功率里（除非题问加速过程）。

6. 选择题 · 3分

> **答案** C

详解

A. × $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{GM}{r}}$——错误

组合体原速率由万有引力提供向心力求得：$\frac{GM(m_1+m_2)}{r^2}=(m_1+m_2)\frac{v_0^2}{r}$，故 $v_0=\sqrt{\frac{GM}{r}}$。设轨道舱质量 $5m_0$、返回舱质量 m_0，弹射瞬间沿运动方向动量守恒：$6m_0v_0=5m_0v_1+m_0v_2$。若把题给的 $2\sqrt{GM/r}$ 当成“返回舱相对轨道舱的速度”，则 $v_2=v_1+2v_0$，解得 $v_1=-\frac{4}{5}v_0$，其大小虽为 $\frac{4}{5}v_0$，方向却反向，与“向前弹射”矛盾；A 正是这种误读链条中的另一个结果，不符合题意。

B. × $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{GM}{r}}$——错误

该结果对应漏掉返回舱带走的动量（例如写成 $6m_0v_0=5m_0v_1+m_0v_0$）一类的代数错误，无法同时满足动量守恒与 $v_2=2v_0$ 的条件。

C. √ $\frac{4}{5}\sqrt{\frac{GM}{r}}$——正确

分开瞬间返回舱相对行星（即惯性系）的速度为 $v_2=2\sqrt{\frac{GM}{r}}=2v_0$，代入沿轨道切向的动量守恒式

$$6m_0v_0=5m_0v_1+m_0\cdot\ \ 2v_0$$

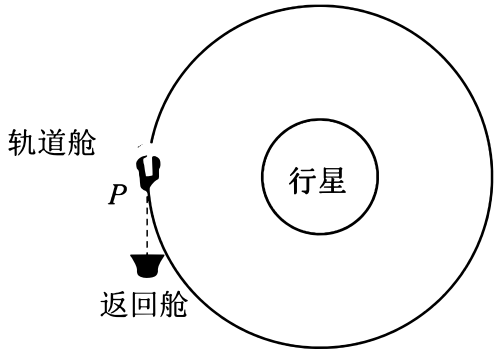
得 $5v_1=4v_0$，即

$$v_1=\frac{4}{5}\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

方向仍沿原运动方向，此后轨道舱进入离心（椭圆）轨道。

D. × $\sqrt{\frac{GM}{r}}$——错误

这是弹射前的共同速率。弹射是内力作用，两部分速度必然各自改变；若轨道舱速率不变，则返回舱也无法被加速到 $2v_0$（动量不守恒）。



题图：组合体在 P 点向前弹射返回舱

题给速度是“相对行星”的，可直接代入动量守恒；若给“相对轨道舱”，须先做速度合成。

7. 选择题 · 3分

答案 D

详解

A. × BLv——错误

导体棒在区域 I 中切割的有效长度等于电极间距 L，电动势 $E_1 = BLv$；但在区域 II 中磁场只覆盖宽 $0.5L$ 的矩形，导体棒虽长 L，处在磁场中的部分只有 $0.5L$，故 $E_2 = B(0.5L)v = \frac{1}{2}BLv$。整个周期内电动势是分段恒定的方波，其有效值必介于 $\frac{1}{2}BLv$ 与 BLv 之间，BLv 只是其中一段的峰值。

B. × $\frac{\sqrt{2}}{2}BLv$——错误

$\frac{\sqrt{2}}{2}BLv$ 是“峰值为 BLv 的正弦交流电”的有效值。本题电动势并非正弦，而是两段等时长、幅值分别为 BLv 与 $\frac{1}{2}BLv$ 的方波，套用正弦公式属于波形识别错误。

C. × $\frac{\sqrt{3}}{2}BLv$——错误

该值相当于把两段电动势直接算术平均后再取某种比例（$\frac{E_1+E_2}{2} = \frac{3}{4}BLv$ 之类），忽略了有效值应对**平方**取平均：$E_{有}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T e^2\,\mathrm{d}t$。

D. √ $\frac{\sqrt{10}}{4}BLv$——正确

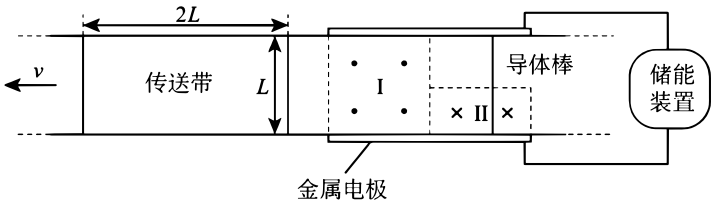
相邻导体棒间距为 $2L$，两磁场区沿运动方向的总长度也是 $L+L=2L$，故任一时刻恰有一根棒在磁场中，一个周期 $T = \frac{2L}{v}$ 内前半段为 E_1、后半段为 E_2。由有效值定义

$$E_{有}^2 \cdot \frac{2L}{v} = E_1^2 \cdot \frac{L}{v} + E_2^2 \cdot \frac{L}{v}$$

$$E_{有}^2 = \frac{1}{2}\left[(BLv)^2 + \left(\frac{1}{2}BLv\right)^2\right] = \frac{5}{8}B^2L^2v^2$$

$$E_{有} = \sqrt{\frac{5}{8}}\,BLv = \frac{\sqrt{10}}{4}BLv$$

两处磁场方向相反只改变电动势符号，平方后不影响有效值。



题图：两平行金属电极与区域 I、II 磁场及传送带上的导体棒

方波有效值 = 各段值的方均根；先算“时间×幅值平方”的和，再除以总时间。

8. 选择题 · 3分

答案 B

详解

A. × $g\sin 2\theta-\mu g\cos\theta-\mu g\sin\theta\cos\theta$——错误

该选项把沿下滑线 MN 的重力分量错当成 $mg\sin^2\theta$（或写作 $g\sin 2\theta$ 型项）。实际分解中，坡面内的重力分量大小为 $mg\sin\theta$，它与 MN 的夹角为 θ，故沿 MN 的分量应为 $mg\sin\theta\cos\theta$；A 恰好把“沿 MN”与“压向挡板”两个分量互换。

B. √ $g\sin\theta\cos\theta-\mu g\cos\theta-\mu g\sin^2\theta$——正确

建立“垂直坡面 / 坡面内垂直 MN / 沿 MN 向下”三个正交方向。①垂直坡面：重力分量 $mg\cos\theta$ 与坡面支持力 N_1 平衡，$N_1=mg\cos\theta$。②坡面内垂直 MN：重力分量 $mg\sin\theta$ 在该方向的投影为 $mg\sin\theta\sin\theta=mg\sin^2\theta$，由挡板承担，故挡板弹力 $N_2=mg\sin^2\theta$（挡板垂直于坡面，其弹力位于坡面内并垂直 MN）。③沿 MN：动力为 $mg\sin\theta\cos\theta$，两个接触面的滑动摩擦力都阻碍下滑，$f_1=\mu N_1=\mu mg\cos\theta$、$f_2=\mu N_2=\mu mg\sin^2\theta$。由牛顿第二定律

$$ma=mg\sin\theta\cos\theta-\mu mg\cos\theta-\mu mg\sin^2\theta$$

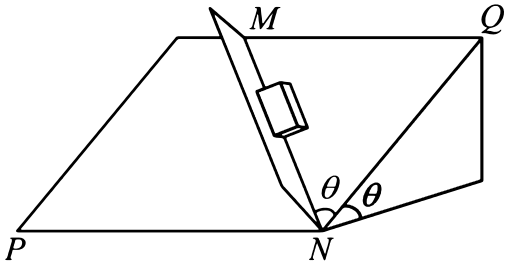
$$a=g\sin\theta\cos\theta-\mu g\cos\theta-\mu g\sin^2\theta$$

C. × $g\sin\theta\cos\theta-\mu g\cos\theta-\mu g\sin\theta\cos\theta$——错误

前两项正确，第三项把挡板压力取成了 $mg\sin\theta\cos\theta$，即误认为“压向挡板的分量”就是“沿 MN 的分量”。正确的压紧分量应与 MN 垂直，是 $mg\sin^2\theta$。

D. × $g\cos 2\theta-\mu g\cos\theta-\mu g\sin^2\theta$——错误

把驱动力写成 $mg\cos^2\theta$（$g\cos 2\theta$ 型项），漏掉了“坡面内分量 $mg\sin\theta$”这一层分解；只有当 $\theta\to 90^\circ$ 时才趋近正确形式，一般情形不成立。



题图：坡面交线 PN、下滑线 MN 与垂直坡面的挡板

$\angle MNQ=\theta$ 决定了两次投影：沿 MN 乘 $\cos\theta$、压挡板乘 $\sin\theta$；两处摩擦都要计。

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

9. 选择题 · 4分

答案 BD

详解

A. × 甲波的周期为 6 s——错误

由 $t=0$ 波形图读出甲波（沿 x 轴负向传播）相邻两条平衡位置交点间距为 2 m，即半个波长 $\frac{\lambda_{甲}}{2}=2\ \text{m}$，故 $\lambda_{甲}=4\ \text{m}$。波速 $v=1\ \text{m/s}$，则

$$T_{甲}=\frac{\lambda_{甲}}{v}=\frac{4}{1}\ \text{s}=4\ \text{s}$$

不是 6 s。

B. √ 乙波的波长为 6 m——正确

乙波（沿 x 轴正向传播）的波形较疏，图中相邻平衡位置交点间距为 3 m，为半波长，故

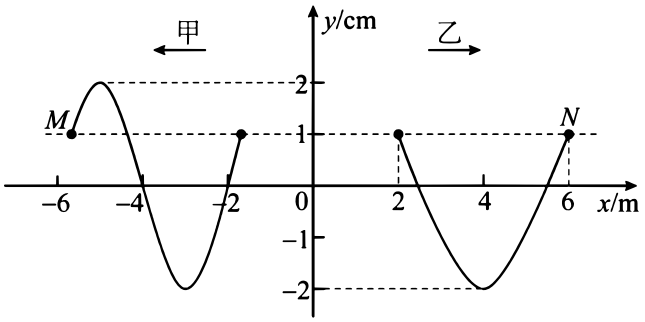
$$\lambda_{乙}=2\times 3\ \text{m}=6\ \text{m},\qquad T_{乙}=\frac{\lambda_{乙}}{v}=6\ \text{s}$$

C. × $t=6$ s 时，M 向 y 轴正方向运动——错误

$t=0$ 时 M 的位移为 +1 cm（振幅 $A=2$ cm 的一半）。甲波向左传播，按“波形微平移法”，M 左侧的波形比 M 更高，波向左移使 M 向 $+y$ 运动。经过 $t=6\ \text{s}=1.5T_{甲}$，波形平移 $1.5\lambda_{甲}=6$ m，质点振动状态与半个周期前相反，速度方向反向，故 $t=6$ s 时 M 向 y 轴负方向运动。

D. √ $t=6$ s 时，N 向 y 轴负方向运动——正确

乙波向右传播，$t=0$ 时 N 的位移也是 +1 cm，其右侧波形高于 N，波右移使 N 向 $+y$？——按微平移法仔细判定：N 位于其波峰的右侧下坡段，波向右平移后该处位移减小，故 $t=0$ 时 N 向 y 轴负方向运动。由于 $t=6\ \text{s}=1\times T_{乙}$ 恰为一个周期，波形复原、每个质点回到同一运动状态，故 $t=6$ s 时 N 仍向 y 轴负方向运动，D 正确。



题图：$t=0$ 时刻甲、乙两列简谐横波的波形

整数个周期后质点“回到原状态”（含速度方向）；半奇数倍周期则位移、速度均反向。

10. 选择题 · 4分

答案 BC

详解

A. × $\omega_{\max}=\dfrac{\pi}{3}$ rad/s——错误

物品释放后做平抛：竖直方向 $H=\dfrac{1}{2}gt^2$，取题给 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$，得

$$t=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2\times 20}{10}}\ \mathrm{s}=2\ \mathrm{s}$$

释放瞬间物品的水平速度沿切线，大小 $v=\omega R_2$，落地时水平射程 $x=vt=\omega R_2 t$，且 x 与释放点的径向 R_2 垂直，故落点到 O 的距离

$$r=\sqrt{R_2^2+(\omega R_2 t)^2}$$

要求 $r\le R_1$：$R_2^2+(\omega R_2 t)^2\le R_1^2$，代入 $R_1=5\ \mathrm{m}$、$R_2=3\ \mathrm{m}$、$t=2\ \mathrm{s}$ 得 $9+36\omega^2\le 25$，$\omega^2\le\dfrac{4}{9}$，即 $\omega\le\dfrac{2}{3}$ rad/s。$\dfrac{\pi}{3}\approx 1.05$ rad/s 超过上限，会落到目标区外。

B. √ $\omega_{\max}=\dfrac{2}{3}$ rad/s——正确

由 A 项推导，$\omega_{\max}=\dfrac{2}{3}$ rad/s。可回代验证：此时 $v=\omega R_2=\dfrac{2}{3}\times 3=2\ \mathrm{m/s}$，水平射程 $x=vt=4\ \mathrm{m}$，$r=\sqrt{3^2+4^2}=5\ \mathrm{m}=R_1$，正好落在目标区边界。

C. √ 无人机运动到 B 点时，在 A 点释放的物品已经落地——正确

无人机以 $\omega_{\max}=\dfrac{2}{3}$ rad/s 匀速转动，由 A 到 B 转过 $\angle AO'B=90^\circ=\dfrac{\pi}{2}$，所需时间

$$\Delta t=\frac{\pi/2}{\omega_{\max}}=\frac{\pi}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3\pi}{4}\ \text{s}\approx 2.36\ \text{s}$$

而物品落地只需 $t=2\ \text{s}<\Delta t$，故无人机刚到 B 点时，A 点释放的物品早已落地并保持静止。

D. × 无人机运动到 B 点时，在 A 点释放的物品尚未落地——错误

与 C 项互斥。判据只有一个：比较 $\dfrac{3\pi}{4}\ \text{s}\approx 2.36\ \text{s}$ 与 2 s。因 $2.36>2$，“尚未落地”不成立。

> 落点是径向位移 R_2 与切向射程 $\omega R_2 t$ 的矢量和，直接用 $R_2+\omega R_2 t$ 会低估落距。

11. 选择题 · 4分

答案 BD

详解

A. × 甲的质量小于乙的质量——错误

由 $AB=\sqrt{3}R$ 与 $OA=OB=R$ 得 $\cos\angle AOB=\dfrac{R^2+R^2-3R^2}{2R^2}=-\dfrac{1}{2}$，即 $\angle AOB=120^\circ$；又 $\angle AOC=45^\circ$、OC 竖直，故甲所在半径 OA 与竖直方向成 45°，乙所在 OB 与竖直方向成 $120^\circ-45^\circ=75^\circ$。碗壁光滑，球沿切线方向平衡，两球间库仑斥力 F 沿 AB 连线。几何上 $\triangle OAB$ 为等腰三角形，底角 $\angle OAB=\angle OBA=30^\circ$，故 AB 与过 A 的切线夹角为 60°、与过 B 的切线夹角也为 60°。切向平衡：

$$F\cos 60^\circ=m_{甲}g\sin 45^\circ,\qquad F\cos 60^\circ=m_{乙}g\sin 75^\circ$$

两式相除得 $m_{甲}\sin 45^\circ=m_{乙}\sin 75^\circ$，于是

$$\frac{m_{甲}}{m_{乙}}=\frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\cdot\sqrt{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}\approx 1.37>1$$

即甲的质量大于乙的质量，A 说反了。

B. √ C 点电势高于 D 点电势——正确

两点电荷均为正（$+2q$ 与 $+q$），空间某点电势为二者之和 $\varphi = k\frac{2q}{r_A} + k\frac{q}{r_B}$，只取决于到 A、B 的距离。D 为弧 AB 的中点（$OD \perp AB$ 即 OD 平分弦 AB），$DA = DB = R$，故

$$\varphi_D = k\frac{2q}{R} + k\frac{q}{R} = \frac{3kq}{R}$$

C 在弧上，$\angle AOC = 45^\circ$、$\angle BOC = 75^\circ$，弦长

$$CA = 2R\sin 22.5^\circ \approx 0.765R, \quad CB = 2R\sin 37.5^\circ \approx 1.223R$$

$$\varphi_C = k\frac{2q}{0.765R} + k\frac{q}{1.223R} \approx (2.61 + 0.82)\frac{kq}{R} = 3.43\frac{kq}{R} > \varphi_D$$

故 C 点电势高于 D 点电势。

C. × E、F 两点电场强度大小相等、方向相同——错误

E、F 是 AB 的三等分点，都在两电荷连线上。在两正电荷之间的线段上，$+2q$（在 A）产生的场强沿 $A \to B$，$+q$（在 B）产生的场强沿 $B \to A$，合场强为两者之差、方向沿 AB（由电荷量大的一侧指向另一侧）。记 $L = AB$，则

$$E_F = \frac{2kq}{(2L/3)^2} - \frac{kq}{(L/3)^2} = \frac{4.5kq}{L^2} - \frac{9kq}{L^2} \text{ (取绝对值)} \Rightarrow |E_E| \neq |E_F|$$

靠近 A 的 E 点：$|E_E| = \left|\frac{2kq}{(L/3)^2} - \frac{kq}{(2L/3)^2}\right| = \frac{18kq}{L^2} - \frac{2.25kq}{L^2} = \frac{63kq}{4L^2}$；

靠近 B 的 F 点：$|E_F| = \left|\frac{2kq}{(2L/3)^2} - \frac{kq}{(L/3)^2}\right| = \left|\frac{4.5kq}{L^2} - \frac{9kq}{L^2}\right| = \frac{9kq}{2L^2}$。

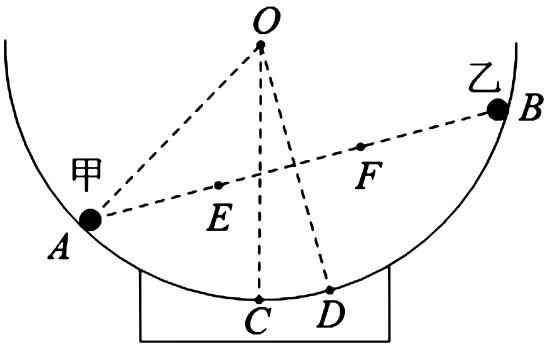
两者方向相同但大小不等（$\frac{63}{4} \neq \frac{9}{2}$），故 C 错。

D. √ 沿直线从 O 点到 D 点，电势先升高后降低——正确

OD 是弦 AB 的垂直平分线，其上任一点到 A、B 距离相等，记为 r，则

$$\varphi = k\frac{2q}{r} + k\frac{q}{r} = \frac{3kq}{r}$$

从 O 沿 OD 走到 D，r 先由 R（O 到 A、B 的距离）减小到 O 到 AB 的距离 $R\cos 60^\circ = \frac{R}{2}$（$AB$ 中点处最小），再增大到 R（D 点在圆弧上）。因 $\varphi \propto \frac{1}{r}$，$r$ 先减后增对应电势先升高后降低，且在 AB 中点处达到最大值 $\frac{6kq}{R}$。



题图：半球形碗截面，A、B、C、D 在同一圆弧上

$AB=\sqrt{3}R$ 是隐含条件，它给出圆心角 120°，进而确定两球的倾角与 OD 为 AB 的垂直平分线。

12. 选择题 · 4分

答案 AD

详解

A. √ 区域 I 内电场强度大小 $E=\dfrac{4mL}{qt_0^2}$，方向沿 y 轴正方向——正确

粒子在区域 I 中受恒力，轨迹是以 y 轴为对称轴的抛物线的一部分且顶点在原点 O，说明初速度沿 x 轴、合力沿 y 轴。由图甲，粒子到达分界面 $x=3L$ 时的纵坐标为 $y=2L$。水平方向匀速：$v_x=\dfrac{3L}{t_0}$；竖直方向匀加速且初速为零：

$$2L=\frac{1}{2}a_y t_0^2 \;\Rightarrow\; a_y=\frac{4L}{t_0^2}$$

由牛顿第二定律 $qE=ma_y$，得

$$E=\frac{4mL}{qt_0^2}$$

粒子带正电（$+q$）且向上偏转，故电场方向沿 y 轴正方向，A 正确。

B. × 粒子在区域 II 内圆周运动的半径 $R=\dfrac{20L}{3}$——错误

在区域 II 中 $y-t$ 图像为正弦曲线，说明粒子做完整的匀速圆周运动，y 坐标在 $+\dfrac{10L}{3}$ 与 $-\dfrac{10L}{3}$ 之间周期性变化，圆心在 $y=0$ 上，半径等于振幅：

$$R=\frac{10L}{3}$$

选项把“峰峰值”$\dfrac{20L}{3}$ 当成了半径，属典型读图错误。

C. × 区域 II 内磁感应强度大小 $B=\dfrac{3m}{5qt_0}$，方向垂直 Oxy 平面向外——错误

进入磁场时的速率由两个分速度合成：$v_x=\dfrac{3L}{t_0}$，$v_y=a_yt_0=\dfrac{4L}{t_0}$，故

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\frac{5L}{t_0}$$

由 $qvB=\dfrac{mv^2}{R}$ 得

$$B=\frac{mv}{qR}=\frac{m}{q}\cdot\frac{5L/t_0}{10L/3}=\frac{3m}{2qt_0}$$

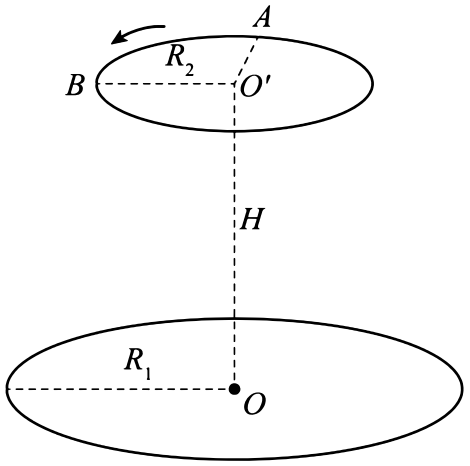
选项中 $\dfrac{3m}{5qt_0}$ 的大小不对（分母多写了 5 而非 2）；至于“方向垂直 Oxy 平面向外”这一点由 D 项的圆心位置可以确认是正确的，但整项仍因大小错误而不选。

D. √ 粒子在区域 II 内圆周运动的圆心坐标为 $(\dfrac{17L}{3},0)$——正确

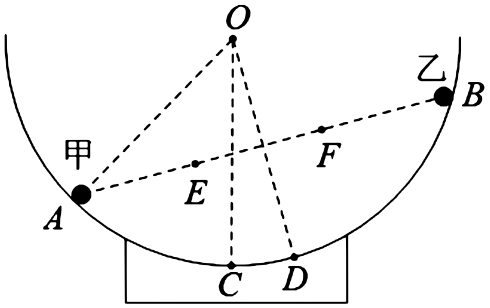
入射点 $P(3L,2L)$，入射速度方向单位矢量为 $(\dfrac{v_x}{v},\dfrac{v_y}{v})=(\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5})$。圆心在过 P 且垂直于速度的直线上，由 D 项给出的圆心 $(\dfrac{17L}{3},0)$ 反推位移增量

$$\Delta x=\frac{17L}{3}-3L=\frac{8L}{3}=R\cdot\frac{4}{5},\qquad \Delta y=0-2L=-\frac{10L}{3}\cdot\frac{3}{5}=-2L$$

即 $\overrightarrow{PC}=R(\dfrac{4}{5},-\dfrac{3}{5})$，确与速度 $(\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5})$ 垂直（点积 $=\dfrac{12}{15}-\dfrac{12}{15}=0$），且 $|\overrightarrow{PC}|=R=\dfrac{10L}{3}$。再由 $\overrightarrow{PC}$ 相对 $\vec{v}$ 顺时针旋转 90°（洛伦兹力指向圆心）可知，对正电荷磁场必垂直 Oxy 平面向外，与题设一致。故圆心坐标为 $(\dfrac{17L}{3},0)$，D 正确。



图甲：区域 I 中以 y 轴为对称轴的抛物线轨迹



图乙：区域 II 中粒子运动的 $y-t$ 正弦曲线

“以 y 轴为对称轴的抛物线”等价于“顶点在 O、初速沿 x”，这是求出 v_x 与 a_y 的关键。

三、实验题（本题共 2 小题，共 18 分）

13. 实验题 · 8分

答案　（1）1.00　（2）0.41　（3）增大　（4）kg^{-1}

详解

(1) 第（1）空：遮光片宽度选 1.00 cm　光电门测得的是遮光片通过光束期间的平均速度 $\bar{v}=\dfrac{d}{\Delta t}$，用它代替瞬时速度的原理是 $\Delta t\to 0$ 时平均速度趋于瞬时速度。遮光越窄，这段时间内速度变化越小，系统误差越小：以本题小车加速度量级 $0.4\ \mathrm{m/s^2}$ 估算，$d=5.00\ \mathrm{cm}$ 时通过时间约 0.1 s，速度变化可达 4%；$d=1.00\ \mathrm{cm}$ 时通过时间约 0.02 s，误差降到 1% 以下。故选 1.00 cm。

(2) 第（2）空：$a=0.41\ \mathrm{m/s^2}$　“从开始遮住光电门 1 到开始遮住光电门 2”的时间间隔内，小车做的是同一匀变速运动，且 v_1、v_2 分别是两次遮光过程的平均速度（近似为该时刻的瞬时速度），因此可直接用加速度定义式

$$a=\frac{v_2-v_1}{t}=\frac{0.81-0.40}{1.00}\ \mathrm{m/s^2}=0.41\ \mathrm{m/s^2}$$

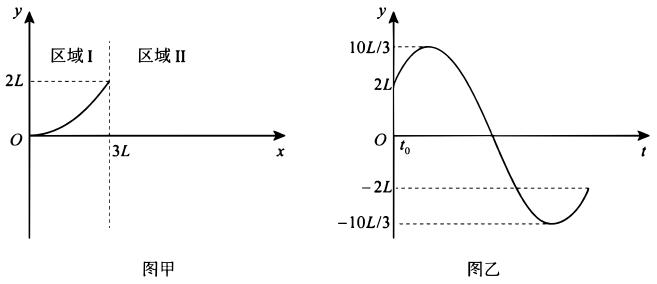
结果保留 2 位有效数字，即 $0.41\ \mathrm{m/s^2}$。

(3) 第（3）空：应增大轨道的倾角　把托盘及砝码的重力当作小车所受合力 F，则真实的牛顿第二定律式为 $F+f_{\text{阻}}-mg\sin\alpha_{\text{摩擦补偿}}=Ma$。图乙中拟合直线在 F 轴上有正截距（约 0.05 N），说明 F 必须先达到某一正值才产生加速度，即轨道倾角不足以抵消摩擦及其他阻力。增大倾角可使重力沿轨道的分量增大，把截距推向原点，从而得到一条过原点的直线。

(4) 第（4）空：斜率的单位为 kg^{-1}　由 $a=\dfrac{1}{M}F$ 知 $a-F$ 图线的斜率为质量的倒数：

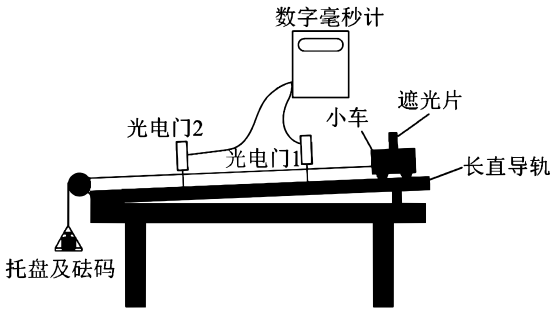
$$k=\frac{\Delta a}{\Delta F}\ \Rightarrow\ [k]=\frac{\mathrm{m/s^2}}{\mathrm{N}}=\frac{\mathrm{m/s^2}}{\mathrm{kg\cdot\ m/s^2}}=\mathrm{kg}^{-1}$$

故应填 kg^{-1}，而不是 kg（kg 是 $F-a$ 图的斜率单位）。



图甲　　图乙

图甲：光电门、小车与托盘砝码的实验装置



图甲

图乙：拟合得到的 $a-F$ 图像

$a-F$ 图斜率是 $1/M$：横轴是力、纵轴是加速度时，单位为 kg^{-1}。

14. 实验题 · 10分

答案　（1）200；2.4　（2）100　（3）0.9

详解

(1) 第（1）空：A_1 示数为 200 mA　A_1 用的是 0 ~ 250 mA 量程，分度值为 5 mA，指针指在第 40 小格处，读数 $I_1 = 200\ \mathrm{mA} = 0.200\ \mathrm{A}$（按最小分度 5 mA 读到本位即可，不需再估读到下一位）。

(2) 第（1）空续：学生电源的输出功率为 2.4 W　低压输电时学生电源输出电压 $U = 12\ \mathrm{V}$、输出电流即干路电流 $I_1 = 0.200\ \mathrm{A}$，故

$$P_{低} = UI_1 = 12 \times 0.200\ \mathrm{W} = 2.4\ \mathrm{W}$$

(3) 第（2）空：低压输电时电阻箱消耗的功率是高压输电时的 100 倍 低压时 V_1 示数为灯泡两端电压 6.00 V，故电阻箱（含串联的 A_1）分得电压 $12-6.00=6.00$ V，其等效电阻

$$R=\frac{6.00}{0.200}\ \Omega=30\ \Omega$$

低压时电阻箱消耗 $P_{R低}=I_1^2R=0.200^2\times30$ W $=1.2$ W。高压输电保持电源电压与电阻箱阻值不变，V_2 示数仍为 6.00 V（灯泡功率要求相同），此时输电线电流 $I_2=20$ mA $=0.020$ A，

$$P_{R高}=I_2^2R=0.020^2\times30\ \text{W}=0.012\ \text{W}$$

$$\frac{P_{R低}}{P_{R高}}=\frac{1.2}{0.012}=100=\left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2=\left(\frac{200}{20}\right)^2$$

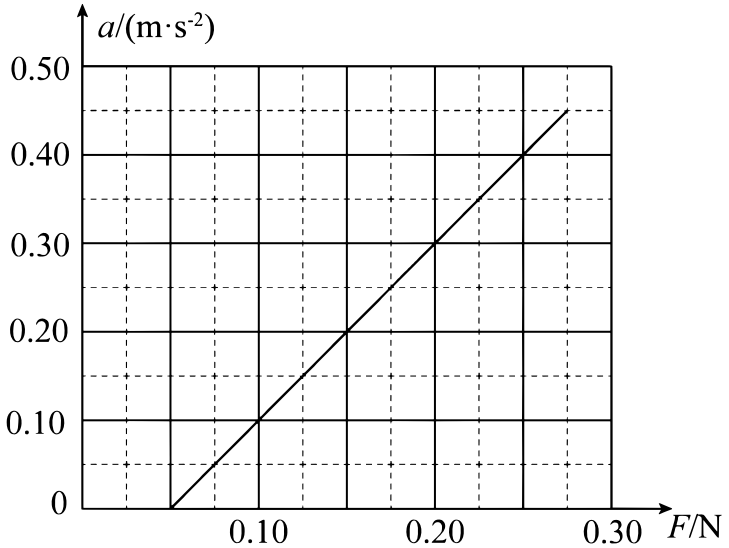
即输送功率一定时，电流降为 $\frac{1}{10}$，线路损耗降为 $\frac{1}{100}$。

(4) 第（3）空：高压输电时电源输出功率比低压时减少 0.9 W 高压输电时 A_3（原线圈侧，即电源干路）示数为 125 mA $=0.125$ A，电源输出电压仍为 12 V，故

$$P_{高}=UI_3=12\times0.125\ \text{W}=1.5\ \text{W}$$

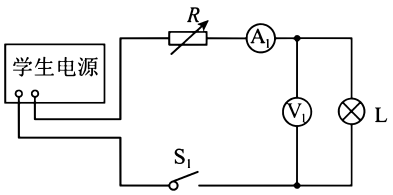
$$\Delta P=P_{低}-P_{高}=2.4-1.5=0.9\ \text{W}$$

减少的 0.9 W 主要就来自线路（电阻箱回路）损耗由 1.2 W 降到 0.012 W 以及变压器铁损、灯丝工作点差异等，这正是高压输电节能的实验依据。



图乙

图甲、丙：低压输电与高压输电的模拟电路



图甲

图乙：交流电流表 A_1（0 ~ 250 mA）表盘示数

200 mA 与 20 mA 之比为 10，功率之比为 $10^2 = 100$；不要漏掉“平方”。

四、计算题（本题共 4 小题，共 52 分）

15. 计算题 · 12分

答案　（1）$n = \sqrt{3}$　（2）$t = \dfrac{19\sqrt{3}R}{5c}$

详解

(1) 第（1）问 · 过程分析：确定 B 点的入射角　器件下表面圆弧以 O 为圆心、半径为 R，B 在该圆弧上，故 $OB = R$，且下表面在 B 点的法线就是直线 OB。已知 B 与轴线 OO' 的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}R$，入射光线平行于 OO'。设入射角为 i，由几何关系，平行于 OO' 的光线与法线 OB 的夹角满足

$$\sin i = \frac{B \text{ 到 } OO' \text{ 的距离}}{OB} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}R}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

故 $i = 60^\circ$。

(2) 第（1）问 · 折射角的确定　上表面圆弧以 O' 为圆心、半径同为 R，因此从该球面射出的光线若沿半径方向（延长线过 O'）就不发生偏折。题给“射出后恰好经过 O' 点”，说明光在下表面折射后的传播方向就是 $B \to O'$。在 $\triangle BOO'$ 中，$OB = R$、$OO' = R$，且 B 位于 O 的另一侧、BO 与 OO' 的夹角为 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$，故该三角形为等腰三角形，底角

$$\angle OBO' = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

即折射角 $r = 30^\circ$。

(3) 第（1）问 · 折射率　由折射定律（光由空气进入介质）

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

回代核对：$\sin r = \dfrac{\sin i}{n} = \dfrac{\sqrt{3}/2}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$，$r = 30^\circ$，与几何构造一致。

(4) 第（2）问 · 光路与全反射判定 临界角满足

$$\sin C = \frac{1}{n} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.577, \quad C \approx 35.3^\circ$$

光线从 G 沿 GE 垂直左界面 AF 射入，方向平行于 OO'，在界面上不发生偏折。设它与上表面圆弧交于 D。以 O 为原点、OO' 为 y 轴，则 $O'(0,R)$，上表面圆弧方程为 $y = R - \sqrt{R^2 - x^2}$；E 在 OO' 上且 $O'E = \frac{\sqrt{2}}{2}R$，故 $E\,(0,\, R - \frac{\sqrt{2}}{2}R)$，$G$ 在左界面 $x = -\frac{9}{10}R$ 上与 E 等高。在直角三角形 $O'ED$ 中（DE 水平、$O'D = R$ 为半径、$O'E = \frac{\sqrt{2}}{2}R$）

$$\sin\theta = \frac{O'E}{O'D} = \frac{\sqrt{2}}{2} \;\Rightarrow\; \theta = 45^\circ$$

θ 即光线在 D 点相对法线 $O'D$ 的入射角。因 $45^\circ > C \approx 35.3^\circ$，在 D 点发生全反射。

(5) 第（2）问 · 光程计算 全反射后光线竖直向下，先后到达下表面圆弧（入射角仍为 45°，因为下表面法线过 O）、再次跨过轴线打到右侧下表面、再到右上表面对称点 D'，每次入射角都是 $45^\circ > C$，全部发生全反射，最后沿水平方向垂直右界面 CH 射出，出射点在 GE 延长线上。利用上下圆弧半径相同、关于 OO' 中垂面对称的结构，各段长度为

$$GD = \frac{9R}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2}R, \quad DP_1 = R, \quad P_1P_2 = \sqrt{2}R, \quad P_2D' = R, \quad D'C = \frac{9R}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2}R$$

其中 DP_1、P_2D' 为竖直段（各等于两圆弧间的竖直跨度 R），P_1P_2 为与水平段成 45° 的斜段（由 45° 反射的对称性得其水平、竖直投影均为 R）。总光程

$$L = 2\,(\frac{9R}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2}R) + 2R + \sqrt{2}R = \frac{9R}{5} - \sqrt{2}R + 2R + \sqrt{2}R = \frac{19R}{5}$$

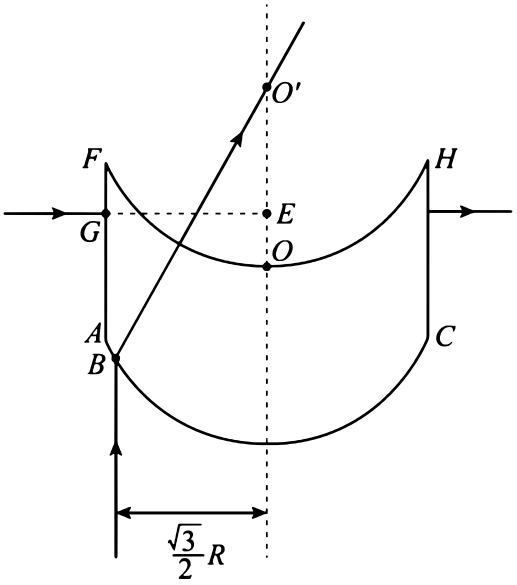
(6) 第（2）问 · 传播时间 光在介质中的速率

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}c$$

故传播时间

$$t = \frac{L}{v} = \frac{19R}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{c} = \frac{19\sqrt{3}R}{5c}$$

数量级核对：$n = \sqrt{3} \approx 1.73$ 合理，$L = 3.8R$ 大于器件直线尺度 $\sim 2R$，符合多次反射的路径特征。



题图：光学功能器件截面（上下两段圆弧与左右界面 AF、CH）

第（2）问的两个易错点：一是必须先用 $\sin C = 1/n$ 判定全反射才能按反射路径推进；二是 $\sqrt{2}R$ 斜段与两段竖直段的来源要交代清楚。

16. 计算题 · 12分

答案　（1）$h_2 = \frac{4}{3}h_1$　（2）$Q = \frac{8}{63}p_0h_1S$

详解

(1) 第（1）问 · 活塞刚要上升时的压强 轻质活塞（不计重力）受力：上方大气压力 p_0S 向下、封闭气体压力 pS 向上、管壁摩擦力。加热至 $T_1 = 330\ \mathrm{K}$ 时活塞“开始缓慢上升”，此刻静摩擦力达到最大值且方向向下，平衡方程为

$$p_1S = p_0S + f_0, \qquad f_0 = \frac{1}{21}p_0S$$

$$p_1 = p_0 + \frac{f_0}{S} = p_0 + \frac{1}{21}p_0 = \frac{22}{21}p_0$$

此后活塞缓慢移动，摩擦力始终为滑动摩擦力 f_0 且方向向下，故压强恒为 p_1，气体做等压膨胀。

(2) 第（1）问·等压过程求 h_2 由盖—吕萨克定律

$$\frac{h_1 S}{T_1} = \frac{h_2 S}{T_2}$$

$$h_2 = \frac{T_2}{T_1} h_1 = \frac{440}{330} h_1 = \frac{4}{3} h_1$$

温度单位用热力学温标比值，无需换算。

(3) 第（2）问·降温段两个临界状态的压强 停止加热后缓慢降温，活塞不动，气体做等容变化，直到 $T_3 = 400\ \mathrm{K}$ 时活塞“才开始缓慢下降”，此刻静摩擦力达到最大值且方向向上：

$$p_3 S + f_0 = p_0 S \ \Rightarrow\ p_3 = p_0 - \frac{f_0}{S} = p_0 - \frac{1}{21} p_0 = \frac{20}{21} p_0$$

随后活塞缓慢下降，压强保持 p_3 不变，为等压压缩，至 $T_4 = 330\ \mathrm{K}$ 时气柱高度

$$h_4 = \frac{T_4}{T_3} h_3 = \frac{330}{400} \times \frac{4}{3} h_1 = \frac{11}{10} h_1$$

其中 $h_3 = h_2 = \dfrac{4}{3} h_1$（$T_2 \to T_3$ 为等容过程，体积不变）。

(4) 第（2）问·内能变化与各段功 因 $T_4 = T_1 = 330\ \mathrm{K}$，一定质量理想气体的内能只由温度决定，故全程

$$\Delta U = 0$$

由热力学第一定律 $\Delta U = Q - W$（W 为气体对外做的净功），得净吸热 $Q = W$。分三段计算气体对外做的功：

$$W_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = \frac{22}{21} p_0 \left(\frac{4}{3} h_1 - h_1\right) S = \frac{22}{21} p_0 \cdot \frac{1}{3} h_1 S = \frac{22}{63} p_0 h_1 S$$

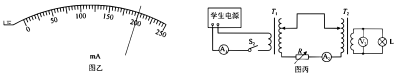
$$W_{23} = 0 \quad (\text{等容})$$

$$W_{34} = p_3 (V_4 - V_3) = \frac{20}{21} p_0 \left(\frac{11}{10} - \frac{4}{3}\right) h_1 S = \frac{20}{21} p_0 \times \left(-\frac{7}{30}\right) h_1 S = -\frac{14}{63} p_0 h_1 S$$

(5) 第（2）问·净热量 把功相加（放热段自动为负）：

$$Q = W_{12} + W_{23} + W_{34} = (\frac{22}{63} + 0 - \frac{14}{63})p_0h_1S = \frac{8}{63}p_0h_1S$$

回代核对：$\frac{22}{63} - \frac{14}{63} = \frac{8}{63} > 0$，即气体净吸热，与“先高温膨胀对外做功、后低温压缩外界对气体做功且前者占优”的物理图像一致。也可用摩擦生热角度校验：气体对外做的净功等于 (p_0S) 项推动活塞加克服摩擦的净效果，结果同为 $\frac{8}{63}p_0h_1S$。



题图：竖直玻璃管与轻质活塞封闭气体

两个“刚要动”的状态压强不同（$\frac{22}{21}p_0$ 与 $\frac{20}{21}p_0$），这是本题唯一的分压来源；$T_2 \to T_3$ 是等容段，容易漏掉。

17. 计算题 · 14分

答案　（1）$v_1 = 6\ \text{m/s}$，$v_2 = \frac{2}{3}\ \text{m/s}$　（2）$v_b = \frac{2}{3}\ \text{m/s}$，$E_{pm} = \frac{5}{2}\ \text{J}$

详解

(1) 第（1）问·小球沿轨道滑下到 P 点 小球自 Q 点正上方 $h = 2\ \text{m}$ 处自由下落，无能量损失地滑入轨道并从 P 点水平抛出。P、Q 等高，故以 P、Q 所在水平面为参考面，小球相对地面下降的高度就是 h。方形物体置于光滑水平面，系统在水平方向不受外力，水平动量守恒；轨道光滑，系统机械能守恒。取小球在 P 点的水平速度方向为正，设小球速度 v_1、方形物体速度 v_2（反向），$m = \frac{1}{2}\ \text{kg}$、$M = \frac{9}{2}\ \text{kg}$、$g = 10\ \text{m/s}^2$：

$$0 = mv_1 - Mv_2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

由第一式 $v_2 = \frac{m}{M}v_1$，代入第二式：

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}} = \sqrt{\frac{2\times 4.5\times 10\times 2}{4.5+0.5}}\ \text{m/s} = \sqrt{36}\ \text{m/s} = 6\ \text{m/s}$$

$$v_2 = \frac{m}{M}v_1 = \frac{0.5}{4.5}\times 6\ \text{m/s} = \frac{2}{3}\ \text{m/s}$$

核对：$\frac{1}{2}mv_1^2 = 9\ \text{J}$，$\frac{1}{2}Mv_2^2 = 1\ \text{J}$，合计 $10\ \text{J} = mgh = 0.5\times 10\times 2\ \text{J}$，机械能守恒成立；水平动量 $0.5\times 6 - 4.5\times\frac{2}{3} = 3 - 3 = 0$，亦守恒。

(2) 中间过程·小球与 a 碰后共同速度 小球离开 P 后做平抛，水平速度保持 $v_1 = 6$ m/s；击中 a 并粘在一起（完全非弹性碰撞），竖直方向的动量由水平面支持力的冲量吸收，不影响水平方向。设碰后共同速度为 v_3，$m_a = 1$ kg：

$$mv_1 = (m + m_a)v_3 \;\Rightarrow\; v_3 = \frac{m}{m + m_a}v_1 = \frac{0.5}{1.5} \times 6\ \text{m/s} = 2\ \text{m/s}$$

碰后整体质量 $m + m_a = 1.5$ kg，动能 $\frac{1}{2} \times 1.5 \times 2^2 = 3$ J。

(3) 第（2）问·b 解锁瞬间的状态 b 被锁定时弹簧伸长，弹力达到 $F = 15$ N 时解锁，此时形变量

$$x_0 = \frac{F}{k} = \frac{15}{50}\ \text{m} = 0.3\ \text{m}$$

弹性势能 $\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 0.09$ J $= 2.25$ J。设此时 $(m + a)$ 的速度为 v_4，由机械能守恒：

$$\frac{1}{2}(m + m_a)v_3^2 = \frac{1}{2}(m + m_a)v_4^2 + \frac{1}{2}kx_0^2$$

$$3 = \frac{1}{2} \times 1.5\, v_4^2 + 2.25 \;\Rightarrow\; v_4^2 = 1 \;\Rightarrow\; v_4 = 1\ \text{m/s}$$

（v_4 仍存在说明解锁条件可以达到，3 J > 2.25 J，数据自洽。）

(4) 第（2）问·弹性势能最大时的速度与最大值 b 解锁后，$(m+a)$ 与 b 组成的系统在水平方向不受外力，动量守恒；只有弹簧弹力做功，机械能守恒。弹性势能最大时弹簧形变量最大，此时两部分相对速度为零，即三者具有共同速度 v_b（$m_b=\dfrac{3}{4}$ kg）：

$$(m+m_a)v_4=(m+m_a+m_b)v_b$$

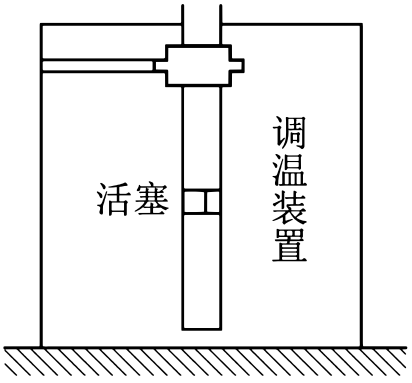
$$v_b=\frac{1.5\times 1}{1.5+0.75}\ \text{m/s}=\frac{1.5}{2.25}\ \text{m/s}=\frac{2}{3}\ \text{m/s}$$

由机械能守恒，最大弹性势能等于这一阶段的机械能减少量：

$$E_{pm}=\frac{1}{2}(m+m_a)v_4^2+\frac{1}{2}kx_0^2-\frac{1}{2}(m+m_a+m_b)v_b^2$$

$$E_{pm}=(\frac{1}{2}\times 1.5\times 1^2)+2.25-[\frac{1}{2}\times 2.25\times(\frac{2}{3})^{2}]=0.75+2.25-0.5=2.5\ \text{J}=\frac{5}{2}\ \text{J}$$

核对：末动能 $\dfrac{1}{2}\times 2.25\times\dfrac{4}{9}=0.5$ J，初始（解锁时）机械能 $0.75+2.25=3$ J，差额 2.5 J 全部存入弹簧，与小球—物块系统的总机械能 3 J 一致（即小球与 a 碰后的全部动能最终转化为 2.5 J 弹性势能与 0.5 J 动能）。



题图：弯曲光滑轨道的方形物体与弹簧连接的物块 a、b

三个阶段要分清：①小球与方形物体（水平动量 + 机械能守恒）；②小球与 a 完全非弹性碰撞（只有水平动量守恒，机械能有损失）；③b 解锁后三者共速时弹性势能最大。

18. 计算题 · 14分

> **答案**　（1）$v=\dfrac{mgR\sin\alpha}{B^2L^2\cos^2\alpha}$，$s=\dfrac{m^2gR^2\sin\alpha}{2B^4L^4\cos^4\alpha}$　（2）$d=\dfrac{mRv_0}{k_2^2L^4}$

详解

(1) 第（1）问 · 进入区域 I 时的电动势与安培力　区域 I 的磁场竖直向上，与轨道平面夹角为 $90^\circ-\alpha$，其垂直于轨道平面的分量为 $B\cos\alpha$（平行分量不穿过线框，也不对沿轨道运动的边产生沿轨道方向的安培力）。金属框边长为 L、速度为 v，只有一条与轨道垂直的边（pq 或 ef）处在磁场中切割磁感线：

$$E=BvL\cos\alpha$$

$$I=\frac{E}{R}=\frac{BvL\cos\alpha}{R}$$

该边受到的安培力大小为 $F=BIL\cos\alpha$，方向由楞次定律判定为阻碍相对运动，即沿轨道向上：

$$F=\frac{B^2L^2v\cos^2\alpha}{R}$$

(2) 第（1）问 · 匀速速率 v　题设“从开始进入到完全离开区域 I 的过程中匀速运动”，故沿轨道方向合力为零：

$$mg\sin\alpha=F=\frac{B^2L^2v\cos^2\alpha}{R}$$

$$v=\frac{mgR\sin\alpha}{B^2L^2\cos^2\alpha}$$

（亦可写作 $v=\dfrac{mgR\tan\alpha}{B^2L^2\cos\alpha}$。）区域 I 沿轨道方向宽度恰为 L（$-2L\le x<-L$），所以“开始进入”到“完全离开”之间经历：只有一边在内（切割）、两边都在边界之外或完全进入的瞬间磁通量不变。匀速条件要求这两段都有同样的安培力关系；完全充满区域的瞬时磁通量不变、$E=0$，但该时刻很短且不改变速率（题设整体匀速，视为边界过渡无冲击）。

(3) 第（1）问·释放距离 s 金属框在进入区域 I 之前只受重力沿轨道的分量，做初速为零的匀加速直线运动，加速度 $a = g\sin\alpha$。要使它一进区域 I 就具有上面的匀速速率 v，由

$$v^2 = 2gs$$

$$s = \frac{v^2}{2g\sin\alpha} = \frac{1}{2g\sin\alpha}\left(\frac{mgR\sin\alpha}{B^2L^2\cos^2\alpha}\right)^2 = \frac{m^2gR^2\sin\alpha}{2B^4L^4\cos^4\alpha}$$

量纲核对：$\dfrac{\mathrm{kg}^2\cdot\ (\mathrm{m/s}^2)\cdot\ \Omega\cdot\ \mathrm{m}^2\cdot\ \mathrm{m/s}^2}{\mathrm{T}^4\mathrm{m}^4}$ 化为米，与 $\dfrac{v^2}{2g}$ 的单位一致。

(4) 第（2）问·磁通量与感应电动势 区域 II（$x \geq 0$）内磁场垂直轨道平面向上，大小 $B_1 = k_1 t + k_2 x'$。以 ef 边刚进入区域 II 的时刻为 $t = 0$，设此时 ef 边坐标为 x，则 pq 边坐标为 $x + L$。穿过线框的磁通量

$$\Phi = L\int_{x}^{x+L}(k_1 t + k_2 x')\,\mathrm{d}x' = L\left[k_1 tL + k_2 L\left(x + \frac{L}{2}\right)\right] = k_1 L^2 t + k_2 L^2 x + \frac{1}{2}k_2 L^3$$

线框下滑时 x 随时间增大，$v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，故感应电动势大小

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = L^2(k_1 + k_2 v)$$

第一项是感生（磁场随时间变化），第二项是导线在非均匀磁场中运动引起的动生贡献。感应电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{L^2(k_1 + k_2 v)}{R}$$

(5) 第（2）问·安培力合力与运动方程 两条与轨道垂直的边所处位置的磁场不同：pq 边在 $x + L$ 处、ef 边在 x 处，二者所受安培力方向相反（电流在线框中同向流动而两边位置前后相差 L），合力大小为

$$F = [B_1(x+L) - B_1(x)]\,IL = (k_2 L)IL = k_2 L^2 I = \frac{k_2 L^4(k_1 + k_2 v)}{R}$$

方向由楞次定律判定为阻碍磁通增加，即沿轨道向上。代入题给条件 $k_1 = \dfrac{mgR\sin\alpha}{k_2 L^4}$：

$$F = \frac{k_2 L^4}{R}\cdot\ \frac{mgR\sin\alpha}{k_2 L^4} + \frac{k_2^2 L^4}{R}v = mg\sin\alpha + \frac{k_2^2 L^4}{R}v$$

沿轨道方向由牛顿第二定律

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg\sin\alpha - F = -\frac{k_2^2 L^4}{R}v$$

即重力的下滑分量恰好被 k_1 项产生的恒定安培力抵消，剩余的是一个与速度成正比的阻尼力。

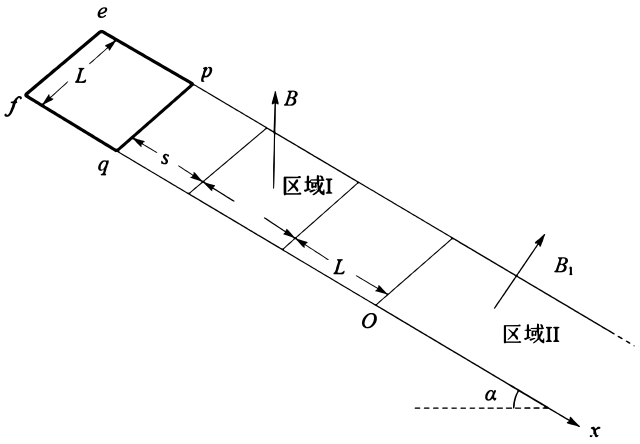
(6) 第（2）问·平衡状态与 ef 边移动的距离 d 令 $\tau=\dfrac{mR}{k_2^2L^4}$，方程化为

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\frac{v}{\tau}$$

解为 $v=v_0e^{-t/\tau}$。所谓“平衡状态”即合力为零、加速度为零的状态，由上式知 $v\to 0$ 时阻尼力消失、重力分量与 k_1 项安培力相抵，线框趋于匀速（速度趋于 0）。从计时开始到达到平衡，ef 边移动的总距离

$$d=\int_0^{\infty} v\,\mathrm{d}t=v_0\int_0^{\infty}e^{-t/\tau}\,\mathrm{d}t=v_0\tau=\frac{mRv_0}{k_2^2L^4}$$

另解（不用指数函数）：对 $m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{k_2^2L^4}{R}v$ 两边对时间积分，$\int m\,\mathrm{d}v=-\dfrac{k_2^2L^4}{R}\int v\,\mathrm{d}t$，即 $0-mv_0=-\dfrac{k_2^2L^4}{R}d$，同样得 $d=\dfrac{mRv_0}{k_2^2L^4}$，便于在考试中书写。



题图：倾斜轨道上的区域 I（竖直磁场）与区域 II（垂直轨道面的梯度磁场）

第（1）问的 $\cos^2\alpha$ 来自“有效切割分量”与“安培力分量”各带一个 $\cos\alpha$；第（2）问关键是 k_1 项提供的恒力恰好等于 $mg\sin\alpha$，只剩与 v 成正比的阻尼力。