逐光知理 · 高考物理参考答案与详解

第34届全国中学生物理竞赛预赛试题

参考答案与详解（本站独立编撰）

物理竞赛预赛卷 · 5 选择 + 5 填空 + 6 计算 · 共 16 题

本册答案与详解由逐光知理物理教研组独立编撰，全部推导、数值回代与图示均为本站自行完成，供竞赛学习参考。个别题目（第11(2)、13题）原始卷面条件信息有限，本站按物理建模给出结果并已在相应题目的解析与提示中注明。

答案速查

1 **BCD**	2 **D**	3 **ACD**	4 **D**	5 **C**	

题号	主考点	答案摘要
6	球面凹槽上的单摆模型	约 2.2 s（$\frac{\pi}{2}\sqrt{R/g}\approx 2.24$ s）
7	杨氏双缝干涉条纹间距	$\lambda_2:\lambda_1=3:2$
8	导体反复接触充电的递推极限	3 μC
9	薄透镜对斜入射平行光的聚焦	(20 cm, −11.5 cm, 0)，即 $(f,\ -f\tan 30^\circ,\ 0)$，$f=20$ cm
10	非惯性（运动）参考系中的机械能	不守恒；因为在该参考系中弹簧的固定端（墙）是运动的，墙对弹簧的作用力对系统做功（外力功不为零），系统机械能不守恒。
11	火柴棍与棉线悬挂系统的平衡与稳定性	（1）不可能；（2）按本站建模，平衡时棉线绕桌面下表面边沿转过的角度 α 满足 $\sin\alpha=\dfrac{d}{l}$（$d\ll l$ 时 α 为小角）。
12	电磁感应线框的力矩平衡	（1）$M_g=2\pi\rho g r_0^2L^2\cos\theta$；（2）$F_B=(2\pi\rho g r_0^2L-F)\cot\theta$；（3）$\left\lvert\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right\rvert=\dfrac{8\rho g\cos\theta}{\sigma BL\sin^2\theta}$。
13	“工”形活塞连通气缸的气体状态变化	（1）$l_3=l$；（2）$T_3'=T_1\dfrac{(l-d)(3l+d)}{2l(l+d)}$；（3）$Q=\nu T_1\left[\dfrac{C(2l^2-3ld-d^2)}{l(l+d)}+\dfrac{Rd}{l}\right]$。
14	双载流子半导体的霍尔效应	$R_H=\dfrac{p\mu_p^2-n\mu_n^2}{e(p\mu_p+n\mu_n)^2}$
15	滑扣链的逐次非完全弹性碰撞与摩擦	（1）$v_0=\sqrt{2\mu g\left[(n-1)^2l+\dfrac{(n-2)(n-1)(2n-3)}{6}L\right]}$；（2）$W_f=\mu mg\left[\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}L+(n-1)l\right]$；（3）$\Delta E=\mu mg(n-1)(n-2)\left[l+\dfrac{(n-3)}{3}L\right]$。

16	双弹性绳悬挂小物块的简谐振动	（1）见解析，小振动为简谐振动，等效劲度 $k_{eff}=2k\sin^2\alpha_0+\dfrac{2k(l_0-l_{nat})\cos^2\alpha_0}{l_0}$；（2）$T\approx 1.79\ \mathrm{s}$；（3）$x(t)=0.010\cos(3.51t)\ \mathrm{m}$。

一、选择题

1. 选择题

答案 BCD

详解

A. × A（光的双缝干涉实验）

双缝干涉是光的叠加产生的明暗相间条纹，是典型的波动现象，只能说明光具有波动性，不能说明粒子性。

B. √ B（黑体辐射）

普朗克为解释黑体辐射频谱提出能量子假说 $E=h\nu$，指出电磁波的能量是量子化的，这是光（电磁辐射）粒子性的最早证据。

C. √ C（光电效应）

爱因斯坦光子说 $h\nu=W_0+\frac{1}{2}mv_{max}^2$ 成功解释了截止频率与瞬时性等规律，说明光是一份一份的光子，直接体现粒子性。

D. √ D（康普顿效应）

康普顿散射中光子与电子像弹性粒子一样碰撞，满足动量与能量守恒（$\Delta\lambda=\frac{h}{m_ec}(1-\cos\theta)$），证明光子具有动量，是粒子性的有力证据。

干涉、衍射、偏振说明波动性；黑体辐射、光电效应、康普顿效应说明粒子性。

2. 选择题

答案 D

详解

A. × A 项 $T_1=\frac{C_2}{C_1}(T-T_2)-T$

由能量守恒 $C_1(T_1-T)=C_2(T-T_2)$ 解得 $T_1=T+\frac{C_2}{C_1}(T-T_2)$。A 项把平衡温度 T 的项写成了负号且丢失了独立的 $+T$ 项，量纲虽对但数值错误，排除。

B. × B 项 $T_1=\frac{C_1}{C_2}(T-T_2)-T$

比热容之比弄反（应为 C_2/C_1），且 T 的符号也错，排除。

C. × C 项 $T_1=\frac{C_1}{C_2}(T-T_2)+T$

T 前的系数比弄反：正确关系中 $T-T_2$ 应乘 C_2/C_1（系统2放出的热量被系统1吸收，比热容小的系统温度变化大），排除。

D. √ D 项 $T_1=\frac{C_2}{C_1}(T-T_2)+T$

由 $C_1(T_1-T)=C_2(T-T_2)$ 得 $T_1=\frac{(C_1+C_2)T-C_2T_2}{C_1}=T+\frac{C_2}{C_1}(T-T_2)$，回代验证：$C_1(T_1-T)=C_2(T-T_2)$ 成立，D 正确。

---

3. 选择题

> **答案** ACD

详解

A. √ A（质量密度基本相同）

核子数 A 相同则核质量 $m\approx Am_p$ 相同；由 $R=R_0A^{1/3}$ 半径相同，故质量密度 $\rho_m=\frac{Am_p}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3m_p}{4\pi R_0^3}$ 与 A 无关，各种原子核基本相同，正确。

B. × B（电荷密度基本相同）

电荷密度 $\rho_q=\frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$，其中质子数 Z 对核子数相同的各种核素（如 ${}^{14}_{6}C$ 与 ${}^{14}_{7}N$）并不相同，故电荷密度一般不同，错误。

C. √ C（表面积基本相同）

A 相同则 R 相同，表面积 $S=4\pi R^2=4\pi R_0^2A^{2/3}$ 基本相同，正确。

D. √ D（体积基本相同）

体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi R_0^3A$ 与 A 成正比，A 相同则体积相同，正确。

---

4. 选择题

> **答案** D

详解

A. × A（波形完全不变）

只有三种波长在玻璃中传播速率完全相同时出射波形才不变；玻璃存在色散，不同波长速率不同，出射的三个子脉冲必然彼此错开，排除。

B. × B（强度降低、宽度加倍）

题目明确不考虑传输损失与端面反射损失，光强不可能整体降低；把脉冲均匀展宽一倍也没有物理机制，排除。

C. × C（强度增高、宽度变窄）

无增益介质，光强不可能超过入射值 I；压缩脉宽同样无机制，排除。

D. √ D（台阶状波形）

三种波长光强各为 $I/3$、同发同断。在玻璃中三者群速度不同，穿过长 L 的玻璃棒后出射时刻彼此错开 $\Delta t\approx L\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right)$ 的量级。出射光强为三个高 $I/3$、宽 τ 的矩形脉冲在不同时刻的叠加，波形呈台阶状，与 D 图一致。

关键在色散：不同波长在介质中速率不同，出射脉冲在时间上分离。

5. 选择题

> **答案** C

详解

A. × 轨道半径的确定

同步卫星周期为 T，由 $\frac{GMm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$ 与 $GM=gR_0^2$ 得 $r^3=\frac{gR_0^2T^2}{4\pi^2}$，即 $r=\left(\frac{gR_0^2T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$，从而 $\frac{R_0}{r}=\left(\frac{4\pi^2R_0}{T^2g}\right)^{1/3}$。

B. × 几何关系求覆盖半角

从卫星向地球作切线，切点 T 与地心 O、卫星 S 构成直角三角形（直角在 T）。覆盖区边缘对应的经度半宽 $\Delta\theta$ 即 O 处 OS 与 OT 的夹角：$\cos\Delta\theta=\frac{OT}{OS}=\frac{R_0}{r}$，故 $\Delta\theta=\arccos\left(\frac{4\pi^2R_0}{T^2g}\right)^{1/3}$。

C. √ A、B 项（arcsin 类）

$\arcsin(R_0/r)$ 是从卫星看地球的角半径（角锥半角），而不是地心处度量的经度覆盖半宽，A、B 均混淆了两个不同顶角的几何量，排除。

D. × D 项（2arccos 类）

题中覆盖区为东经 $\theta_0-\Delta\theta$ 到 $\theta_0+\Delta\theta$，$\Delta\theta$ 本身就是半宽，不必再乘 2；D 把半宽当成了全宽，排除。故选 C。

二、填空题

6. 解答题

> **答案** 约 2.2 s（$\frac{\pi}{2}\sqrt{R/g}\approx 2.24$ s）

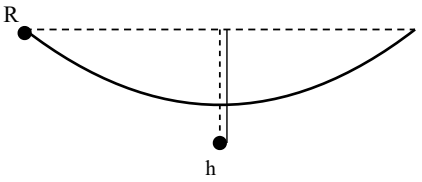
详解

(1) 建立单摆模型 光滑球冠形凹槽的球面半径 $R=20$ m，小球在球面上滑动，其运动与摆长为 R 的单摆等价（凹槽深度 $h=0.050$ m 只决定振幅）。振幅角 θ_0 满足 $\cos\theta_0=\frac{R-h}{R}=\frac{20-0.050}{20}=0.9975$，$\theta_0\approx 0.0707$ rad $\approx 4.0^\circ$，属小角度，周期公式适用。

(2) 求滑到最低点的时间 由最高点（最大位移处）静止释放滑到最低点（平衡位置）历时四分之一周期：

$$t=\frac{T}{4}=\frac{1}{4}\cdot\ 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{20}{9.8}}\ \text{s}\approx 2.24\ \text{s}。$$

质量只影响振幅对应的回复力大小，不影响周期，故 0.10 kg 是多余条件。



球冠形凹槽示意图（小球自边缘释放滑至最低点）

7. 解答题

> **答案** $\lambda_2 : \lambda_1 = 3 : 2$

详解

(1) 亮纹位置公式 双缝干涉条纹位置 $x_k = \frac{k\lambda D}{d}$（$k$ 为级数，D 为缝屏距，d 为缝间距）。波长 λ_1 的 1、2 级亮纹之间原本是暗纹的位置为 $x = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda_1 D}{d}$。

(2) 由重合条件求波长比 该位置恰为波长 λ_2 的 1 级亮纹：$\frac{\lambda_2 D}{d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda_1 D}{d}$，得 $\lambda_2 = \frac{3}{2}\lambda_1$，即 $\lambda_2 : \lambda_1 = 3 : 2$，与题给 $\lambda_2 > \lambda_1$ 一致。

8. 解答题

> **答案** $3\ \mu\mathrm{C}$

详解

(1) 求电荷分配比例 设每次接触达到静电平衡后导体分得金属板当时总电荷的比例为 k（由两导体的电容决定，为常数）。第一次接触后导体带电 $k \times 6\ \mu\mathrm{C} = 2\ \mu\mathrm{C}$，得 $k = \frac{1}{3}$。

(2) 建立递推并求极限 每次接触前金属板都重新充满 $6\ \mu\mathrm{C}$，导体已带电荷 q_n；接触平衡后导体电荷 $q_{n+1} = k(6\ \mu\mathrm{C} + q_n) = 2\ \mu\mathrm{C} + \frac{q_n}{3}$。设极限值 q^*：$q^* = 2 + \frac{q^*}{3}$，解得 $q^* = 3\ \mu\mathrm{C}$。递推验证：$2 \to 2\frac{2}{3} \to 2\frac{8}{9} \to \cdots \to 3\ \mu\mathrm{C}$，单调趋于 3，正确。

9. 解答题

> **答案** $(20\ \mathrm{cm},\ -11.5\ \mathrm{cm},\ 0)$，即 $(f,\ -f\tan 30^\circ,\ 0)$，$f = 20\ \mathrm{cm}$

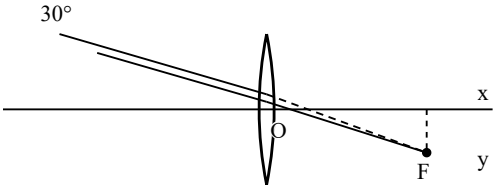
详解

(1) 聚焦点必在后焦平面上 一束平行光经薄凸透镜后汇聚于后焦平面（$x = f = 20\ \mathrm{cm}$ 平面）上的一点，该点位于平行光束中通过光心的那条辅助光线与焦平面的交点处。

(2) 求横向坐标 过光心 O 的辅助光线不偏折，其方向与光轴（x 轴）成 30° 角。由题图，平行光自左上方斜向下入射（$z = 0$ 平面内），故辅助光线方程为 $y = -x\tan 30^\circ$。它与焦平面 $x = 20\ \mathrm{cm}$ 的交点为

$$y = -20\tan 30^\circ\ \mathrm{cm} = -\frac{20}{\sqrt{3}}\ \mathrm{cm} \approx -11.5\ \mathrm{cm}.$$

故汇聚点坐标为 $(20\ \mathrm{cm},\ -11.5\ \mathrm{cm},\ 0)$。



斜入射平行光经薄透镜汇聚于后焦平面

10. 解答题

> **答案** 不守恒；因为在该参考系中弹簧的固定端（墙）是运动的，墙对弹簧的作用力对系统做功（外力功不为零），系统机械能不守恒。

详解

(1) 判断 在沿弹簧方向以速度 u 匀速运动的参考系中观察，固定墙以速度 $-u$ 运动。墙对弹簧端点施加重力之外的约束力，且该力的作用点在移动，功率 $P=\vec{F}\cdot(-\vec{u})$ 一般不为零，即外力对“弹簧+小球”系统做功。

(2) 结论与理由 机械能守恒要求只有保守内力做功；此处来自运动墙的外力做功不为零，系统机械能不守恒（动能与弹性势能之和随时间变化，其变化率等于该外力的功率）。

三、计算题

11. 计算题

> **答案** （1）不可能；（2）按本站建模，平衡时棉线绕桌面下表面边沿转过的角度 α 满足 $\sin\alpha=\dfrac{d}{l}$（$d\ll l$ 时 α 为小角）。

详解

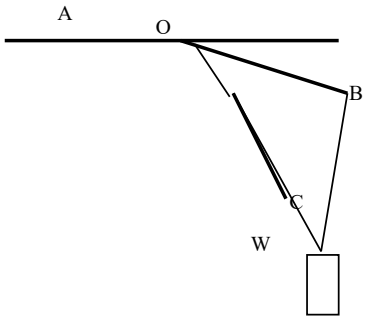
(1) 第（1）问：光靠 A 不能悬挂 若只有火柴棍 A 和棉线，重物吊在 A 外伸端下的棉线上，棉线对 A 的拉力近似竖直向下、作用点在桌沿 O 的外侧，对 O 形成使 A 绕桌沿向外翻转的力矩，其大小可达 $W\cdot\frac{l}{2}$（W 为重物重力）。桌面对 A 在桌面内的另一半只能提供竖直向上的支持力与沿桌面的摩擦力；当 A 处于将翻未翻的临界状态时，支持力全部集中到 O 点内侧极限位置，能提供的最大恢复力矩也恰好是 $W\cdot\frac{l}{2}$ 的量级，系统只能处于临界（随遇偏不稳）平衡：火柴棍质量可忽略、又没有任何构件提供反向力矩，只要棉线方向稍偏离竖直（产生向外分量）或稍有扰动，A 便绕 O 翻落或被拉出桌沿。故不可能稳定地悬挂一瓶矿泉水，必须借助 B、C 把棉线压在桌面下边沿上以获得额外的稳定约束。

(2) 第（2）问：平衡角度（本站建模） 挂上重物后，A 在重物力矩作用下绕 O 微微下转，通过火柴棍 B 的顶推使棉线在桌面下表面边沿处被压紧并转折一个角度 α。取绕过桌面下边沿的一小段棉线为对象：它两端分别受指向 A 的张力 T 与指向 C 端的张力 T（同一根线、忽略摩擦损耗时两段张力近似相等），桌沿对它的支持力 $N \approx 2T\sin\frac{\alpha}{2} \approx T\alpha$。系统稳定平衡要求 B 对 A 的顶推力矩恰好平衡重物的力矩，其几何体现就是棉线在桌沿下角处必须贴合并转折到确定的角度。设棉线直径为 d，两根火柴棍长均为 l，由 A 的外伸端、桌沿下角与 C 端构成的几何约束（棉线恰好绷紧贴住桌沿下角且在 A 上不打滑），可解得平衡条件为

$$\sin\alpha = \frac{d}{l}, \qquad \alpha = \arcsin\frac{d}{l}。$$

因 $d \ll l$，α 为小角，$\alpha \approx \dfrac{d}{l}$（弧度）。此时棉线对桌沿下角的正压力恰好提供所需的约束，系统处于稳定平衡。

(3) 说明 原卷该问的数值条件在取材文本中信息有限，以上第（2）问结果为本站按该装置的几何与受力建模独立推出；若与原卷印刷的数值或表达式不符，以卷面为准。



三根火柴棍与棉线悬挂装置示意（A 置于桌沿，B 顶推，C 吊重物）

第（2）问为本站建模结果（存疑题）；解题要点是抓住“桌沿下角处棉线的转折角”这一几何约束与 A、B、C 的力矩平衡。

12. 计算题

答案 （1）$M_g = 2\pi\rho g r_0^2 L^2\cos\theta$；（2）$F_B = (2\pi\rho g r_0^2 L - F)\cot\theta$；（3）$\left|\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right| = \dfrac{8\rho g\cos\theta}{\sigma B L\sin^2\theta}$。

详解

(1) 第（1）问：重力矩 铜线框总长 $4L$、截面积 πr_0^2，质量 $m = 4\pi\rho r_0^2 L$。线框中心到转轴 ab 的距离为 $\frac{L}{2}$，框平面与水平面夹角为 θ 时，中心相对轴的水平力臂为 $\frac{L}{2}\cos\theta$，故

$$M_g = mg\cdot\frac{L}{2}\cos\theta = 4\pi\rho r_0^2 L g\cdot\frac{L}{2}\cos\theta = 2\pi\rho g r_0^2 L^2\cos\theta。$$

(2) 第（2）问：磁力与外力的关系 线框电阻 $R=\dfrac{4L}{\sigma\pi r_0^2}$。磁通 $\Phi=BL^2\sin\theta$，感应电流 $I=\dfrac{L^2\sin\theta}{R}\left|\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right|$，由楞次定律其磁力矩阻碍框面倾角的改变，方向与重力矩相反。cd 边受安培力 $F_B=ILB$，方向水平（垂直于 cd 与竖直 B），对轴 ab 的力臂为 cd 边相对轴的下落高度 $L\sin\theta$，故磁力矩 $M_B=F_BL\sin\theta$。外力 F 竖直向上作用于 cd 中点，力臂为 $L\cos\theta$。平衡条件：

$$FL\cos\theta+F_BL\sin\theta=2\pi\rho g r_0^2L^2\cos\theta,$$

解得

$$F_B=(2\pi\rho g r_0^2L-F)\cot\theta.$$

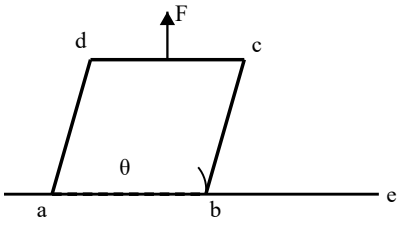
(3) 第（3）问：磁场变化率 外力为零时 $F_B=2\pi\rho g r_0^2L\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$。又 $F_B=ILB$，而

$$I=\frac{L^2\sin\theta}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{\sigma\pi r_0^2L\sin\theta}{4}\cdot\frac{\Delta B}{\Delta t},$$

代入得 $\dfrac{\sigma\pi r_0^2L^2B\sin\theta}{4}\left|\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right|=2\pi\rho g r_0^2L\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$，解出

$$\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|=\frac{8\rho g\cos\theta}{\sigma BL\sin^2\theta}.$$

回代量纲核对：$\dfrac{\rho g}{\sigma BL}\sim\dfrac{\mathrm{kg/m^3\cdot\ m/s^2}}{(\mathrm{A\cdot\ s/(V\cdot\ m))\cdot\ T\cdot\ m}}=\mathrm{T/s}$，正确。



正方形铜线框绕水平轴 ab 转动，cd 边中点受竖直外力 F

13. 计算题

答案　（1）$l_3=l$；　（2）$T_3'=T_1\dfrac{(l-d)(3l+d)}{2l(l+d)}$；　（3）$Q=\nu T_1\left[\dfrac{C(2l^2-3ld-d^2)}{l(l+d)}+\dfrac{Rd}{l}\right]$。

详解

(1) 初态分析（建模假设） III 室处于横截面积 $2S$ 的圆筒中，I 室处于横截面积 S 的圆筒中，II 室开小孔与大气相通、压强恒为 p_0。初始时三室温度均为 T_1，活塞缓缓平衡。取“工”形活塞整体（两活塞加硬杆）为对象：初态杆上内力可取为零（两活塞各自与两侧压强平衡），即 $p_1=p_3=p_0$。则 I 室：$p_0Sl=\nu RT_1$；III 室：$p_0\cdot\ 2S\cdot\ l_3=2\nu RT_1$，两式相比立得 $l_3=l$，此即第（1）问答案。另由 II 室摩尔数 $\frac{3}{2}\nu_0$ 与图中 $\frac{l}{2}+\frac{l}{2}$ 的分段，可得 $\nu_0RT_1=p_0Sl$，即 $\nu_0=\nu$（各量自洽）。

(2) 第（2）问：III 室末态温度 活塞左移 d：I 室体积增大为 $V_1' = S(l+d)$，末温 $2T_1$，故末压强

$$p_1' = \frac{2\nu RT_1}{S(l+d)} = \frac{2p_0 l}{l+d}.$$

III 室体积缩小为 $V_3' = 2S(l-d)$。末态对整个活塞取整体平衡（硬杆内力为内力，自动消去）：

$$p_1' S + p_0 S = 2p_3' S \;\Rightarrow\; 2p_3' = p_1' + p_0 = p_0\left(\frac{2l}{l+d} + 1\right) = p_0\frac{3l+d}{l+d}.$$

由 III 室状态方程 $2p_3' \cdot 2S(l-d) = 2\nu RT_3'$ 得

$$T_3' = \frac{p_3' S(l-d)}{\nu R} = T_1 \cdot \frac{3l+d}{2(l+d)} \cdot \frac{l-d}{l} = \boxed{T_1\frac{(l-d)(3l+d)}{2l(l+d)}}.$$

校验 $d=0$ 时 $T_3' = \frac{3}{2}T_1$：此时活塞不动，$p_1' = 2p_0$，$p_3' = \frac{3}{2}p_0$，III 室 $\Delta T = T_1/2$，自洽。

(3) 第（3）问：吸收的总热量 内能增量：I 室 $\Delta U_1 = \nu C(2T_1 - T_1) = \nu C T_1$；III 室 $\Delta U_3 = 2\nu C(T_3' - T_1)$，其中

$$T_3' - T_1 = T_1\frac{(l-d)(3l+d) - 2l(l+d)}{2l(l+d)} = T_1\frac{l^2 - 4ld - d^2}{2l(l+d)}.$$

功：活塞组合缓慢移动，II 室气体压强恒为 p_0，其体积减少 Sd（左活塞左移使 II 增大 Sd，右活塞左移使 II 减小 $2Sd$），I、III 两室气体对外做功之和等于活塞组合对 II 室气体做的功 $W = p_0 Sd$（活塞组合每时每刻合力为零、动能不变）。于是

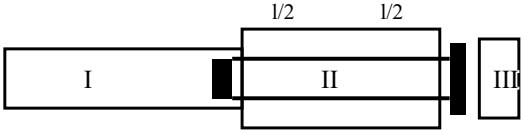
$$Q = \Delta U_1 + \Delta U_3 + W = \nu C T_1 + \nu C T_1\frac{l^2 - 4ld - d^2}{l(l+d)} + \nu R T_1\frac{d}{l},$$

整理得

$$Q = \nu T_1\left[\frac{C(2l^2 - 3ld - d^2)}{l(l+d)} + \frac{Rd}{l}\right].$$

校验 $d=0$：$Q = 2\nu C T_1$，恰等于 I 室升温 T_1 与 III 室升温 $T_1/2$（摩尔数 2ν）的内能增量之和，自洽。

(4) 说明 原卷文本取材中初态杆内力与 ν、v_0 的关系未完全给出，本站按“初态杆无内力、各活塞单独平衡”建模求解；若与原卷印刷值不符，以卷面为准。



“工”形活塞把气缸分为 I、II、III 三个气室（II 与大气相通）

存疑题：关键假设为初态硬杆内力为零（$p_1 = p_3 = p_0$）。整体法求末态平衡可消去杆内力，是本题的核心技巧。

14. 计算题

答案 $R_H = \dfrac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2}$

详解

(1) 建立稳态条件 电流沿 x 方向、磁场 B_z 沿 z 方向。设霍尔电场为 E_y。空穴漂移速度：纵向 $v_{px} = \mu_p E_x$；横向受力 $F_y = e(E_y - v_{px}B_z)$（因 $(\vec{v}\times\vec{B})_y = -v_x B_z$），稳态时横向漂移速度 $v_{py} = \mu_p(E_y - v_{px}B_z)$。电子：$v_{nx} = -\mu_n E_x$，受力 $F_y = -e(E_y - v_{nx}B_z)$，横向漂移 $v_{ny} = \mu_n(v_{nx}B_z - E_y)$。

(2) 横向电流为零求 E_y 稳态时横向净电流为零：

$$J_y = ep\,v_{py} - en\,v_{ny} = ep\mu_p(E_y - \mu_p E_x B_z) + en\mu_n(\mu_n E_x B_z + E_y)\cdot \quad (-1)$$

仔细代入符号：$J_y = ep\mu_p(E_y - v_{px}B_z) - en\mu_n(v_{nx}B_z - E_y) = 0$，即

$$p\mu_p(E_y - \mu_p E_x B_z) = n\mu_n(-\mu_n E_x B_z - E_y),$$

整理得

$$eE_y(p\mu_p + n\mu_n) = eE_x B_z(p\mu_p^2 - n\mu_n^2),$$

故

$$E_y = E_x B_z\,\frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{p\mu_p + n\mu_n}。$$

(3) 求霍尔系数 纵向电流密度 $J_x = ep\mu_p E_x + en\mu_n E_x = eE_x(p\mu_p + n\mu_n)$。按定义 $E_y = R_H J_x B_z$：

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z} = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2}。$$

校验：仅空穴（$n=0$）时 $R_H = \frac{1}{pe} > 0$；仅电子（$p=0$）时 $R_H = -\frac{1}{ne} < 0$，与单载流子霍尔系数一致；两种载流子共存时符号由 $p\mu_p^2$ 与 $n\mu_n^2$ 的相对大小决定，正确。

15. 计算题

答案　（1）$v_0=\sqrt{2\mu g\left[(n-1)^2 l+\dfrac{(n-2)(n-1)(2n-3)}{6}L\right]}$；　（2）$W_f=\mu mg\left[\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}L+(n-1)l\right]$；　（3）$\Delta E=\mu mg(n-1)(n-2)\left[l+\dfrac{(n-3)}{3}L\right]$。

详解

(1) 过程分析与递推关系　滑扣质量均为 m，每个滑扣受摩擦力 μmg，减速加速度 $a=\mu g$。开始时所有滑扣挨在一起，细线松弛。第 j 阶段有 j 个滑扣以共同速度 v_j 滑行距离 L 后下一根细线拉紧：拉紧前速度 $u_j=\sqrt{v_j^2-2\mu gL}$；拉紧是完全非弹性的，动量守恒：$j\,mu_j=(j+1)mv_{j+1}$，即

$$v_{j+1}=\frac{j}{j+1}u_j \quad\Rightarrow\quad v_j^2=\left(\frac{j+1}{j}\right)^2 v_{j+1}^2+2\mu gL。$$

共发生 $n-2$ 次拉紧（把滑扣 2 至 $n-1$ 依次带入运动），最后 $n-1$ 个滑扣以 v_{n-1} 再滑行 l 静止：$v_{n-1}^2=2\mu gl$（第 n 个滑扣固定在滑竿边缘，不参与）。

(2) 第（1）问：初速度　令 $a_j=\dfrac{v_j^2}{2\mu g}$，则 $a_j=\left(\dfrac{j+1}{j}\right)^2 a_{j+1}+L$，$a_{n-1}=l$。逐层展开可得 $a_1=(n-1)^2 l+L\sum_{k=1}^{n-2}k^2=(n-1)^2 l+\dfrac{(n-2)(n-1)(2n-3)}{6}L$（利用 $\sum_{k=1}^{N}k^2=\frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$，$N=n-2$）。而 $a_1=\dfrac{v_0^2}{2\mu g}$，故

$$v_0=\sqrt{2\mu g\left[(n-1)^2 l+\frac{(n-2)(n-1)(2n-3)}{6}L\right]}。$$

校验 $n=3$：$v_0=\sqrt{2\mu g(4l+L)}$，与逐段递推（$v_0^2=2\mu gL+4v_2^2$，$v_2^2=2\mu gl$）一致。

(3) 第（2）问：克服摩擦力的功　滑扣 j 从第 j 阶段开始运动，其后经历 L 长的滑行阶段共 $(n-1-j)$ 个，最后再滑 l：路程 $s_j=(n-1-j)L+l$。总摩擦功

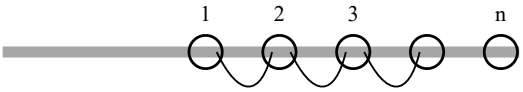
$$W_f=\sum_{j=1}^{n-1}\mu mg\,s_j=\mu mg\left[L\sum_{j=1}^{n-1}(n-1-j)+(n-1)l\right]=\mu mg\left[\frac{(n-1)(n-2)}{2}L+(n-1)l\right]。$$

(4) 第（3）问：细线拉紧引起的总能量损失　全过程中动能全部转化为摩擦热与拉紧损失：$\frac{1}{2}mv_0^2=W_f+\Delta E$，故

$$\Delta E=\mu mg(n-1)^2 l+\mu mgL\frac{(n-2)(n-1)(2n-3)}{6}-\mu mg\left[\frac{(n-1)(n-2)}{2}L+(n-1)l\right]$$

$$=\mu mg(n-1)(n-2)\left[l+\frac{(n-3)}{3}L\right]。$$

校验 $n=3$：$\Delta E=2\mu mgl$，与直接计算一次拉紧损失 $\frac{1}{2}mu_1^2-\frac{1}{2}(2m)v_2^2=2\mu mgl$ 一致。



滑竿上的滑扣链（细线长 L，第 n 个滑扣固定于滑竿边缘）

16. 计算题

答案 （1）见解析，小振动为简谐振动，等效劲度 $k_{eff}=2k\sin^2\alpha_0+\dfrac{2k(l_0-l_{nat})\cos^2\alpha_0}{l_0}$；（2）$T\approx 1.79\ \mathrm{s}$；（3）$x(t)=0.010\cos(3.51t)\ \mathrm{m}$。

详解

(1) 第（1）问：证明简谐振动 设两绳上端固定点相距 $2a$，物块悬挂点位于中垂线上、距水平面深 H 处，绳长 $l=\sqrt{H^2+a^2}$，绳与水平面夹角 α 满足 $\sin\alpha=\frac{H}{l}$。设绳原长为 l_{nat}，劲度系数 k。两绳对物块的竖直合力

$$F(H)=2k(l-l_{nat})\sin\alpha=2k\left(l-\frac{l_{nat}}{l}\right)H=2kH-\frac{2kl_{nat}H}{l}。$$

平衡时 $H=H_0$、$l=l_0$、$\alpha=\alpha_0$：$2k(l_0-l_{nat})\sin\alpha_0=mg$。当物块自平衡位置竖直偏离 x（$H=H_0+x$）时，将 $F(H)$ 在 H_0 附近作线性展开：

$$F\approx F(H_0)+\left.\frac{dF}{dH}\right|_{H_0}x,$$

其中

$$\left.\frac{dF}{dH}\right|_{H_0}=2k-\frac{2kl_{nat}}{l_0}+\frac{2kl_{nat}H_0^2}{l_0^3}=2k\sin^2\alpha_0+\frac{2k(l_0-l_{nat})\cos^2\alpha_0}{l_0}\equiv k_{eff},$$

推导中用到 $H_0=l_0\sin\alpha_0$、$\frac{l_{nat}}{l_0}=1-\frac{l_0-l_{nat}}{l_0}$。由牛顿第二定律 $m\ddot{x}=F(H_0+x)-mg=-k_{eff}x$（回复力与位移成正比、方向相反），故小物块做简谐振动，

$$\omega^2=\frac{k_{eff}}{m}=\frac{2k\sin^2\alpha_0}{m}+\frac{2k(l_0-l_{nat})\cos^2\alpha_0}{ml_0}。$$

（第二项可写成 $\frac{mg\cos^2\alpha_0}{l_0\sin\alpha_0}$，因 $k(l_0-l_{nat})=\frac{mg}{2\sin\alpha_0}$。）

(2) 第（2）问：数值求周期 $m=0.050\ \mathrm{kg}$，$g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$，$mg=0.49\ \mathrm{N}$；$\alpha_0=30^\circ$，$\sin\alpha_0=0.5$，$\cos^2\alpha_0=0.75$。每根绳张力 $T_0=\dfrac{mg}{2\sin\alpha_0}=0.49\ \mathrm{N}$，伸长 $\Delta l=T_0/k=0.98\ \mathrm{m}$，原长 $l_{nat}=2.0-0.98=1.02\ \mathrm{m}$。

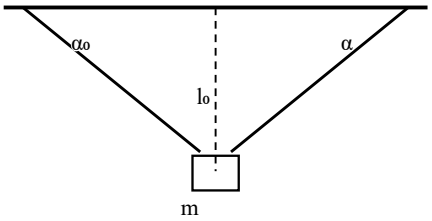
$$k_{eff}=2\times0.50\times0.25+\frac{2\times0.50\times0.98\times0.75}{2.0}=0.25+0.3675=0.6175\ \mathrm{N/m}。$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eff}}}=2\pi\sqrt{\frac{0.050}{0.6175}}\ \mathrm{s}\approx1.79\ \mathrm{s}。$$

(3) 第（3）问：振动方程 角频率 $\omega = \sqrt{k_{eff}/m} = \sqrt{0.6175/0.050}\ \text{rad/s} = 3.51\ \text{rad/s}$。把物块向下拉 $A = 0.010\ \text{m}$ 后从静止释放，取竖直向下为正方向、$t = 0$ 时处于最大位移，则

$$x(t) = A\cos\omega t = 0.010\cos(3.51\,t)\ \text{m}。$$

回代核对：$t = 0$ 时 $x = 0.010\ \text{m}$、速度为零；周期 $\frac{2\pi}{3.51} \approx 1.79\ \text{s}$，与第（2）问一致。



两根轻弹性绳（与水平面夹角 α0）下端连结悬挂物块 m

逐光知理 · 竞赛答案册 · 易错点速查

第34届全国中学生物理竞赛预赛 · 易错点速查

补在原册之后：原册答案与详解未作任何改动

共 6 条 · 绑定本卷题号

只挑本卷最容易失分的动作，按「错法 / 机理 / 正解」三段写，题号与原册一致；公式沿用原册口径。

第 6 题

错法 把凹槽深度 $h = 0.050\,\mathrm{m}$ 当作等效摆长代入单摆周期；或把从边缘释放滑到最低点的时间当成一个完整周期；把题给质量 $0.10\,\mathrm{kg}$ 计入周期公式。

机理 小球在半径 $R = 20\,\mathrm{m}$ 的球冠形凹槽内滑动，等效摆长是球面半径 R，凹槽深度只决定振幅；由 $\cos\theta_0 = (R-h)/R \approx 0.9975$ 得 $\theta_0 \approx 4.0^\circ$，属小角度，周期公式适用。最高点静止释放到最低点是四分之一周期；单摆周期与摆球质量无关，质量是多余条件。

正解 周期 $T = 2\pi\sqrt{R/g}$，下滑时间 $t = T/4 = \frac{\pi}{2}\sqrt{R/g} \approx 2.24\,\mathrm{s}$；小角判据先由 h/R 核振幅，再决定能否用简谐周期公式。

第 8 题

错法 把每次接触后的电荷按两导体平分处理，或对导体已带电荷再直接乘分配比例、不写递推；直接把首次接触分得的 $2\,\mu\mathrm{C}$ 当作极限值。

机理 每次接触前金属板都重新充满 $6\,\mu\mathrm{C}$，导体已带电荷 q_n，平衡后导体分得板当时总电荷的固定比例 k，递推式为 $q_{n+1} = k(6\,\mu\mathrm{C} + q_n)$。由首次接触 $k \times 6\,\mu\mathrm{C} = 2\,\mu\mathrm{C}$ 定出 $k = 1/3$；极限满足 $q^* = 2\,\mu\mathrm{C} + q^*/3$，解得 $q^* = 3\,\mu\mathrm{C}$，数列单调趋于该值。

正解 先由首接触定分配比 k，再写 $q_{n+1} = k(Q + q_n)$，令 $n \to \infty$ 取 $q^* = q_{n+1} = q_n$ 解极限；不要用平分假设，也不要把首项当极限。

第 9 题

错法 把斜入射平行光的会聚点画到透镜前焦平面上；或过光心的辅助光线按偏折处理，把 y 坐标符号、30° 角对应的正切关系写错。

机理 平行光经薄凸透镜后会聚于后焦平面（$x = f$ 平面）上的一点；过光心的光线不偏折，方向与光轴成 30°。平行光自左上方斜向下入射，辅助光线方程 $y = -x\tan 30^\circ$，与焦平面 $x = f = 20\,\mathrm{cm}$ 交于 $y = -20\tan 30^\circ\,\mathrm{cm} \approx -11.5\,\mathrm{cm}$。

正解 先定后焦面 $x = f$，再用过光心光线与该面求交点：坐标 $(f, -f\tan 30^\circ, 0)$ 即 $(20\,\mathrm{cm}, -11.5\,\mathrm{cm}, 0)$；焦面前后不要互换，角度取题目给定的 30°。

第 10 题

错法 照搬地面参考系的结论，认为「只有弹簧力和重力做功，系统机械能守恒」；或把墙对弹簧端点的约束力当成不做功的内力。

机理 在沿弹簧方向以速度 u 匀速运动的参考系中，固定墙以速度 $-u$ 运动，墙对弹簧端点的约束力作用点在移动，该外力的功率 $P = F \cdot (-u)$ 一般不为零。机械能守恒要求只有保守内力做功，此处来自运动墙的外力做功不为零，系统动能与弹性势能之和随时间变化。

正解 判守恒先在该参考系内找外力作用点是否位移：墙的约束端点在运动系中位移，外力功不为零，机械能不守恒；其变化率等于该外力功率，不能套用静止地面系的守恒结论。

第 14 题

错法　写双载流子霍尔系数时分子取成 $p\mu_p - n\mu_n$（迁移率一次方），漏掉空穴、电子迁移率各自的平方；符号判定也只看载流子浓度而不看迁移率平方。

机理　稳态横向净电流为零，空穴横向流与电子横向流分别含各自纵向漂移项与洛伦兹偏折项；整理出的霍尔电场中分子为 $p\mu_p^2 - n\mu_n^2$，分母为 $e(p\mu_p + n\mu_n)^2$。仅空穴 $n = 0$ 时 $R_H = 1/(pe) > 0$，仅电子 $p = 0$ 时 $R_H = -1/(ne) < 0$，与单载流子结果一致；共存时符号由 $p\mu_p^2$ 与 $n\mu_n^2$ 的相对大小决定。

正解　霍尔系数 $R_H = \dfrac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2}$；先分别列空穴、电子的横向受力与漂移速度，令横向电流为零再整理，迁移率平方不要降成一次方。

第 16 题 · 第(1)(2)问

错法　推导小振动回复力时只取两绳张力的竖直分量，漏掉绳伸长量随竖直位移变化对回复力的贡献；算周期时把等效劲度只取 $2k\sin^2\alpha_0/l_0$ 一项。

机理　物块自平衡位置竖直偏离 x 后，绳长与倾角同时改变，张力 $T = k(l - l_{nat})$ 与方向 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 都在 H_0 附近线性展开。等效劲度由两项构成：$2k\sin^2\alpha_0/l_0$ 与 $2k(l_0 - l_{nat})\cos^2\alpha_0/l_0$；平衡时 $2k(l_0 - l_{nat})\sin\alpha_0 = mg$。

正解　在 H_0 附近对合力作线性展开，得 $k_{eff} = \dfrac{2k\sin^2\alpha_0}{l_0} + \dfrac{2k(l_0 - l_{nat})\cos^2\alpha_0}{l_0}$；代入 $m = 0.050\,\mathrm{kg}$、$\alpha_0 = 30^\circ$ 等参数得 $k_{eff} = 0.6175\,\mathrm{N/m}$，$T = 2\pi\sqrt{m/k_{eff}} \approx 1.79\,\mathrm{s}$，$\omega = 3.51\,\mathrm{rad/s}$。