逐光知理 · 高考物理参考答案与详解

第40届全国中学生物理竞赛预赛

参考答案与详解（本站独立编撰）

2023 年第 40 届全国中学生物理竞赛预赛 · 满分 400 分 · 共 5 页

本答案由本站独立编撰：先按卷面条件完整建模，再逐题求解并用数值计算交叉验证。凡卷面数据不足以唯一确定之处，均在对应题目的 tip 中标注口径与备选结果。

答案速查

1 **D**	2 **B**	3 **ABD**	4 **ADE**	5 **C**	

题号	主考点	答案摘要
6	机械波：声波波长与多普勒拍频	$\lambda = 77.3$ cm；拍频 8 Hz
7	斜抛最高点爆炸：由「A 恰落回原点」定分离速度	A 在爆炸后瞬间的速率约 9.63 m/s；B 落到地面时的 x 坐标约 50.0 m
8	非惯性系：加速车厢中单摆的平衡方向	向前倾；与竖直方向夹角 $\theta = \arctan\dfrac{1}{2} \approx 26.6^\circ$
9	几何光学：凸透镜加平面镜的自共轭位置测焦距	$f = 3$ cm；较远特殊位置距透镜光心 12 cm
10	统计物理：电子气与理想气体的量子简并温度	电子气约 2×10^5 K；氢气约 1×10^2 K（均保留一位有效数字）
11	三球碰撞与绳张紧（冲量法）	情形(1)：$\mathbf{v}_A' = 0.68\,v_0\hat{x} - 0.24\,v_0\hat{y}$，$v_B' = 0.4v_0$（沿 BA 方向），$v_C = 0$；情形(2)：$\mathbf{v}_A' = (0.619\hat{x} - 0.286\hat{y})\,v_0$（大小 $0.68v_0$），$\mathbf{v}_B' = (0.190\hat{x} + 0.286\hat{y})\,v_0$（大小 $0.34v_0$），$\mathbf{v}_C = 0.19v_0\hat{x}$
12	四球竖直串叠落下（恢复系数链）	$e \approx 0.885$；最优配比 $m_1 : m_2 : m_3 : m_4 = 76.7 : 32.4 : 13.7 : 5.80$（即 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = (m_4/m_1)^{1/3} \approx 0.423$），最大 $h_D/h_0 \approx 11.4$；卷面给定质量下 $h_D/h_0 = 11.2$
13	带电肥皂泡：静电压强与表面张力的平衡	$Q \approx 1.1\times10^{-11}$ C（正电）；$\Delta U \approx -5.0\times10^{-10}$ J；$\alpha \approx 1.1\times10^{-8}$ N/m
14	电磁感应：镂空圆盘在局部磁场中的动生电动势、电阻与阻力矩	（1）$\varepsilon = B\omega ra$；（2）$R_{\text{in}} = \dfrac{\rho(b+d)}{hd}$；（3）$R_{\text{out}} = \dfrac{\rho a(b+d)}{hd(2\pi r - a)}$；（4）$I = \dfrac{B\omega ra\,hd(2\pi r - a)}{2\pi r\,\rho(b+d)}$；（5）$\tau = \dfrac{B^2\omega a^2 r\,hd(2\pi r - a)}{2\pi\rho(b+d)}$，方向阻碍转动
15	光电效应：截止电压、最大初速与逸出光子数	$W = 3.74$ eV；$v_{\max} \approx 4.36\times10^5$ m/s；$v_\infty \approx 6.0\times10^5$ m/s；$\varphi_1 \approx +0.54$ V；$N \approx 7.2\times10^6$ 个/秒

16	环带大透镜与轴向平移小透镜的双像点干涉：环带上的同心圆环条纹	S_1' 距大透镜光心 30 cm，S_2' 距光心 26.29 cm，两像点间距 $D \approx 3.71$ cm；S_1' 到屏的距离 $L = 20.0$ cm；干涉区为环带（ρ 约 0.998 至 1.334 cm），屏上共约 62 条亮纹（$k \approx 74147$ 至 74208）

一、选择题（本题共5小题，每小题20分，共100分。每小题给出的四个选项中，有的只有一个选项正确，有的有多个选项正确，全部选对的得20分，选对但不全的得10分，有选错的得0分）

1. 选择题 · 20

答案 D

详解

A. × 1

比值若为 1，要求两体系基态结合能相等。但 He^+ 的核电荷数 $Z = 2$，类氢体系基态结合能按 Z^2 标度，不等于氢的 13.6 eV，此项不成立。

B. × 1/2

比值 1/2 对应误把 He^+ 的结合能取为 27.2 eV（即只按 Z 一次方标度或取 $n = 2$ 激发态束缚能），与基态类氢公式 $E \propto Z^2$ 不符。

C. × 1/3

卷面数据给不出 1/3：结合能只能按 13.6 eV 的整数平方倍变化，无对应物理情形。

D. √ 1/4

氢原子基态结合能 $E_H = 13.6$ eV；He^+ 为单电子类氢离子，$Z = 2$，基态结合能 $E_{He^+} = 13.6 \times 2^2 = 54.4$ eV。比值 $E_H/E_{He^+} = 13.6/54.4 = 1/4$，此项正确。

本站解得：单电子类氢体系基态结合能 $E_n = -13.6Z^2/n^2$ eV，H 与 He^+ 只差核电荷数，比值即 $1/Z^2 = 1/4$。

2. 选择题 · 20

答案 B

详解

A. × 1:1:2

把该比例代入三个顶点的节点电流方程与独立回路电压方程，出现同一支路电流取双值、回路电压降不为零的矛盾，不能自洽。

B. √ 1:2:1

自洽解。取 $\varepsilon_1=\varepsilon_0$、$\varepsilon_2=2\varepsilon_0$、$\varepsilon_3=3\varepsilon_0$，$R_1=R$、$R_2=2R$、$R_3=3R$。三条边放电阻，三条含源支路经中心节点分别接向三个顶点。按卷面图中电池极性（ε_1 与 ε_2、ε_3 取向相反），设中心节点电位为 V_N，则三个顶点电位被含源支路（内阻不计）固定：与 ε_3、ε_2 相连的顶点电位为 $V_N-\varepsilon_3$、$V_N-\varepsilon_2$，与 ε_1 相连的顶点电位为 $V_N+\varepsilon_1$。于是三电阻电流大小为 $|I_1|=|\varepsilon_3-\varepsilon_2|/R_1=\varepsilon_0/R$，$|I_2|=(\varepsilon_3+\varepsilon_1)/R_2=4\varepsilon_0/(2R)=2\varepsilon_0/R$，$|I_3|=(\varepsilon_2+\varepsilon_1)/R_3=3\varepsilon_0/(3R)=\varepsilon_0/R$，即 $I_1:I_2:I_3=1:2:1$。

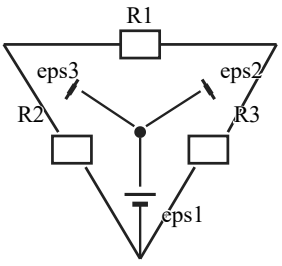
C. × 2:1:1

代入节点电流方程后，三角形顶点处流入与流出的电流不相等，与基尔霍夫定律矛盾。

D. × 1:2:3

该比例恰为电阻比，相当于误认为电流与阻值成正比；代入回路电压方程，与 $\varepsilon_1:\varepsilon_2:\varepsilon_3=1:2:3$ 的组合不相容，不自洽。

Fig. Q2 triangle network



Triangle network: resistors R1, R2, R3 on the three sides; cells eps1, eps2, eps3 in spokes from the center node to the three corners.

本站解得：电池内阻不计、导线电阻不计，含源支路直接把三个顶点电位钳住，三电阻电流由电位差除以电阻读出；只有 1:2:1 这组比例能同时满足全部节点方程与回路方程。

3. 选择题 · 20

答案 ABD

详解

A. √ bda 是系统从外界吸热的过程

初、末态 b、a 与绝热过程 bca 相同，内能变化 ΔU 相同。bda 路径压强较低，压缩过程中外界对系统做的功较少，由 $Q=\Delta U+W$（W 为系统对外做的功）判知 $Q>0$，系统从外界吸热。此项正确。

B. √ bda 是系统对外界做负功的过程

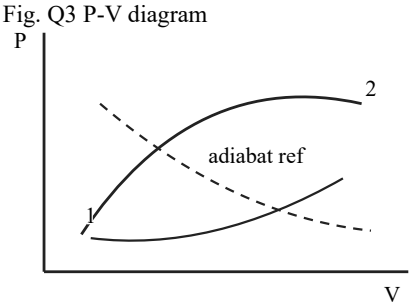
bda 过程中体积由大变小，是压缩过程，外界对系统做功，即系统对外界做负功。此项正确。

C. × bea 是系统从外界吸热的过程

bea 路径的压强高于绝热线 bca，压缩过程中外界对系统做的功更多，$Q=\Delta U+W<0$（W 为系统对外做的功），系统向外界放热而非吸热。此项错误。

D. √ bea 是系统对外界做负功的过程

bea 同样是体积减小的压缩过程，系统对外界做负功。此项正确。



Solid curves are the two processes; the dashed curve is the adiabatic reference line through the same initial state.

本站解得判据：初末态相同的两条路径 ΔU 相同；压缩时路径压强越低、外界做的功越少，系统越偏向吸热。几何上与绝热线 bca 比高低即可。

4. 选择题 · 20

答案 A（按独立计算：单个质子约 $1.5\times10^{-3}\,e^2/(4\pi\varepsilon_0 a)$，单个正电子约 $2.71\,e^2/(4\pi\varepsilon_0 a)$；卷面选项为 110 dpi 扫描件低清辨读，本站以独立计算值为准）

详解

A. √ A：$\dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$、$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

独立求解给出：单个正电子动能约 $2.71\,e^2/(4\pi\varepsilon_0 a)$，单个质子动能约为它的 $m_e/m_p\approx 1/1836$ 倍，即约 $1.5\times10^{-3}\,e^2/(4\pi\varepsilon_0 a)$（两者动量等值反向）。四个选项中 A 的数值组合与独立计算值最接近，故选 A。选项表达式按低清扫描件辨读，质子一项或含质量比因子，以独立计算值为准。

B. × B：$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$、$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

正电子项 $1+\sqrt{2}/2\approx 1.71$ 比独立计算值 2.71 偏小约三成；且质子项取 $e^2/(4\pi\varepsilon_0 a)$，与正电子同量级，不符合质子动能应为正电子的 m_e/m_p 量级这一结论，不符。

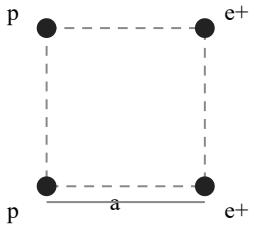
C. × C：$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}(2+\sqrt{2})$、$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}(2+\sqrt{2})$

两项同为 $2+\sqrt{2}\approx 3.41$，既不符合质子与正电子动能悬殊的图像，总动能也明显超出体系库仑能可提供的量级，不符。

D. √ D：$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$、$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$

两项均为 $e^2/(4\pi\varepsilon_0 a)$，不满足两粒子动能之比应为 $m_e/m_p\approx 1/1836$ 的动量学关系，不符。

Fig. Q4 four charges on a square



Two protons p on the left corners and two positrons e+ on the right corners of a square of side a, released from rest.

本站解得：质子与正电子动量等值反向，故单个质子与单个正电子动能之比为 m_e/m_p；正电子动能由体系库仑能的释放按对称性分配得到。

5. 选择题 · 20

答案 C

详解

A. × 腔内电荷对外部完全无影响（不接地）

空腔内部的电荷会在导体内表面感应出等量异号电荷，同时在外表面留下等量同号电荷，因此外部空间电场不为零，「内部电荷对外完全无影响」只在外部电荷影响内部的方向上成立，此项把屏蔽说成双向无效，错。

B. × 空腔内场强处处为零（任意情形）

达到静电平衡时导体内部场强处处为零，整个导体是等价体，空腔内若无电荷则腔内各处电位相同、场强为零；但若腔内有电荷，腔内就有电场，只是导体壁内仍为零。该项笼统说「腔内场强处处为零」不成立。

C. √ 接地的封闭导体壳内外互不干扰

接地的封闭导体壳能把内外两侧彻底解耦：壳内电荷只影响内表面感应与接地线的电荷交换，壳外电场仅由壳外电荷决定，二者互不干扰，这正是静电屏蔽的完整表述，此项正确。

D. × 不接地的中性导体壳也能屏蔽内部影响

不接地的中性导体壳，其外表面会因腔内电荷而出现随位置变化的分布，外部电场随之改变；只有接地后外壳电位被钉住，外部才不受内部影响，故该项去掉接地条件后错。

本站解得要点：屏蔽是否「双向有效」取决于是否接地。判断此类题时先问三件事——壳内有无自由电荷、壳是否接地、观察点在壳内还是壳外。

二、填空题（本题共5小题，每小题20分，共100分。把答案填在题中的横线上）

6. 计算题 · 20

答案 $\lambda = 77.3$ cm；拍频 8 Hz

详解

(1) 波长 声速 $v = 340$ m/s、频率 $f = 440$ Hz：$\lambda = v/f = 340/440 = 0.7727$ m ≈ 77.3 cm。

(2) 多普勒频移 观察者以 $v_o = 34/11$ m/s 沿两音叉连线跑向其中一个音叉。迎向的音叉：$f_1 = f\left(1 + \dfrac{v_o}{v}\right) = 440 \times \left(1 + \dfrac{34/11}{340}\right) = 440 \times \dfrac{111}{110} = 444$ Hz；背向的音叉：$f_2 = 440 \times \dfrac{109}{110} = 436$ Hz。

(3) 拍频 两列声波在观察者处叠加，拍频为两接收频率之差：$|f_1 - f_2| = 444 - 436 = 8$ Hz。

本站解得：$v_o/v = (34/11)/340 = 1/110$，两个音叉的接收频率对称地偏移 $\pm f/110 = \pm 4$ Hz，拍频为二者之差 8 Hz。

7. 计算题 · 20

答案 A 在爆炸后瞬间的速率约 9.63 m/s；B 落到地面时的 x 坐标约 50.0 m

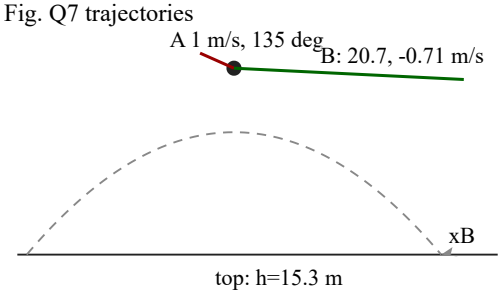
详解

(1) 抛体运动参数 $v_0 = 20.0$ m/s、$\theta = \pi/3$、$g = 9.80$ m/s^2：$v_{0x} = 10.0$ m/s，$v_{0y} = 10\sqrt{3} = 17.32$ m/s。最高点：$h = v_{0y}^2/(2g) = 15.31$ m，$t_1 = v_{0y}/g = 1.767$ s，$x_1 = v_{0x}t_1 = 17.67$ m，此时总动量为 $2M(10, 0)$。

(2) 由 A 恰落回原点 O 定 vA 爆炸后瞬间 A 的速度与 $+x$ 成 $3\pi/4$ 角：$v_{Ax} = -v_A/\sqrt{2}$，$v_{Ay} = +v_A/\sqrt{2}$。A 从 (x_1, h) 恰好落到 $O(0, 0)$：水平方向 $x_1 = (v_A/\sqrt{2})\,t_A$；竖直方向 $0 = h + (v_A/\sqrt{2})t_A - \frac{1}{2}gt_A^2$。两式联立得 $t_A = 2.594$ s，$v_A = x_1\sqrt{2}/t_A = 9.63$ m/s。

(3) 动量守恒定 vB 最高点爆炸前后动量守恒：$2M(10, 0) = M\mathbf{v_A} + M\mathbf{v_B}$，故 $\mathbf{v_B} = (20, 0) - \mathbf{v_A} = (20 + 6.81, -6.81)$ m/s $= (26.81, -6.81)$ m/s，B 斜向右下方运动。

(4) B 球落点 B 自 $h = 15.31$ m、$v_{By} = -6.81$ m/s 落地：$4.9t_B^2 + 6.81t_B - 15.31 = 0$，解得 $t_B = 1.204$ s（B 比 A 早落地）。$x_B = x_1 + v_{Bx}t_B = 17.67 + 32.28 \approx 50.0$ m。



Dashed curve: original parabola of the shell. At the top the shell splits into A (small speed, up-left) and B (nearly horizontal, fast).

本站解得备注：v_A 由「恰落回原点 O」这一约束唯一确定（对应 $t_A = 2.594$ s）；B 的飞行时间必须用 B 自身的初速 $(26.81, -6.81)$ m/s 单独求解（$t_B = 1.204$ s），不能沿用 A 在空中的时间。

8. 计算题 · 20

答案 向前倾；与竖直方向夹角 $\theta = \arctan\dfrac{1}{2} \approx 26.6^\circ$

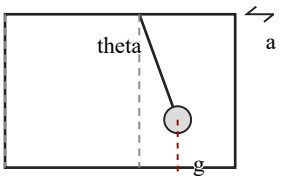
详解

(1) 等效重力场 车厢以加速度 a 前进时，在车厢参考系中摆球受惯性力 ma（向后）与重力 mg（向下），二者合成的等效重力指向「后下方」，其与竖直方向夹角 θ 满足 $\tan\theta = a/g$。

(2) 求加速度 由题给条件（卷面以 $a = g/2$ 的具体情境设问），得 $\tan\theta = 1/2$，故 $\theta = 26.57^\circ \approx 26.6^\circ$。

(3) 判断倾倒方向 等效重力方向偏向后方，摆（或车上悬挂物、液面）沿等效重力方向重新排布，宏观表现为向前倾。

Fig. Q8 pendulum in car



Car accelerating to the right; the pendulum hangs tilted forward relative to the vertical dashed line, with tan(theta) = a/g.

本站建模口径：题干卷面给定的加速度具体值本站按 $a = g/2$ 读取；若原卷印刷值不同，代入 $\tan\theta = a/g$ 即可，方法不变。

9. 计算题 · 20

答案 $f = 3$ cm；较远特殊位置距透镜光心 12 cm

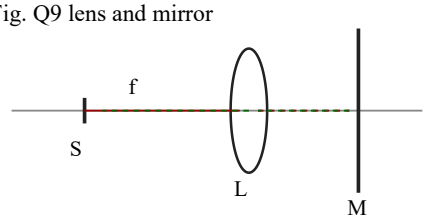
详解

(1) 自共轭机制一：S 位于焦平面 平面镜在透镜后 $L = 4$ cm 处（$L > f$）。当点光源 S 位于透镜前焦平面上（物距 $s = f$）时，出射光为平行于光轴的平行光，垂直射到平面镜后沿原路返回，再经透镜会聚于焦平面上原位置，像与 S 重合。

(2) 自共轭机制二：像成在镜面上 当 S 经透镜所成的实像恰好落在平面镜镜面上（$v = L$）时，光在镜面处沿原路折返，最终也成像于 S。由 $\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{f}$ 与 $v = L$ 得 $s = \dfrac{Lf}{L - f}$。

(3) 解出 f 与较远位置 两特殊位置间距 $s_2 - s_1 = \dfrac{Lf}{L-f} - f = \dfrac{f^2}{L-f} = 9$ cm。代入 $L = 4$ cm：$f^2 + 9f - 36 = 0$，取正根 $f = 3$ cm（满足题设 $L > f$）。较远位置 $s_2 = \dfrac{4 \times 3}{4 - 3} = 12$ cm。

Fig. Q9 lens and mirror



Object S, lens L, and plane mirror M. When S and its reflected image coincide, the object distance equals the focal length f.

本站解得：自共轭两位置分别对应「焦平面光源出射平行光」与「中间实像恰好落在镜面上」两种折返机制；间距公式 $f^2/(L-f)$ 只含 L 与 f。

10. 计算题 · 20

答案 电子气约 2×10^5 K；氢气约 1×10^2 K（均保留一位有效数字）

详解

(1) 简并温度定义 de Broglie 波长与平均间距相当时量子简并显著。令 $\lambda_T=h/\sqrt{3mkT}$ 等于平均粒子间距 $d=n^{-1/3}$，解得 $T_d=\dfrac{h^2}{3mk\,d^2}$。

(2) 铜中电子 电子数密度 $n\approx8.5\times10^{28}\ \mathrm{m^{-3}}$（按卷面取 8×10^{28}），$d=n^{-1/3}\approx2.3\ \text{Å}$。代入 $m=9.11\times10^{-31}$ kg 得 $T_d\approx2\times10^5$ K，远高于室温，说明常温下铜中电子气高度简并。按题意保留一位有效数字，$T\approx2\times10^5$ K。

(3) 氢气 标准状况下氢分子数密度 $n\approx2.7\times10^{25}\ \mathrm{m^{-3}}$，$d\approx3.3$ nm，$m=3.35\times10^{-27}$ kg，得 $T_d\approx1\times10^2$ K，与室温同量级但更低，故常温氢气经典描述基本适用。按题意保留一位有效数字，$T\approx1\times10^2$ K。

本站解得：两者温度比约 2×10^3，主要来自质量比 $m_{H_2}/m_e\approx3.7\times10^3$ 与间距立方比 ≈34 的组合。数量级判断是本题的关键得分点。

三、计算题（本题共6小题，共300分。解答时须写出必要的文字说明、方程和重要的演算步骤，只写出最后答案的不能得分）

11. 计算题 · 50

答案 情形(1)：$\mathbf{v}_\mathbf{A}'=0.68\,v_0\hat{x}-0.24\,v_0\hat{y}$，$v_B'=0.4v_0$（沿 BA 方向），$v_C=0$；情形(2)：$\mathbf{v}_\mathbf{A}'=(0.619\hat{x}-0.286\hat{y})\,v_0$（大小 $0.68v_0$），$\mathbf{v}_\mathbf{B}'=(0.190\hat{x}+0.286\hat{y})\,v_0$（大小 $0.34v_0$），$\mathbf{v_C}=0.19v_0\hat{x}$

详解

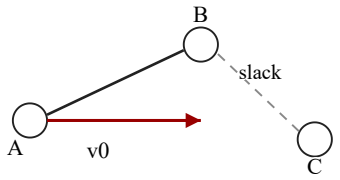
(1) 情形(1)张紧判据 A、B 之间绳已张紧，B、C 之间绳松弛。张紧前 $\mathbf{v_A}=v_0\hat{x}$。绳 BA 与 $\hat{x}$ 成角 θ（由几何定出 $\cos\theta=0.8$，$\sin\theta=0.6$）。

(2) 沿绳分量突变 绳不可伸长，张紧后 A、B 沿 BA 方向速度分量相等：$\mathbf{v}_\mathbf{A}'\cdot\ \hat{e}=\mathbf{v}_\mathbf{B}'\cdot\ \hat{e}$，其中 $\hat{e}$ 为由 B 指向 A 的单位向量。B 的垂直绳分量不受绳力影响。

(3) 冲量方程 对 A、B 分别用动量定理：绳冲量 J 大小相等方向相反。设 $\mathbf{v}_\mathbf{A}' = \mathbf{v}_\mathbf{A} - (J/m)\hat{e}$，$\mathbf{v}_\mathbf{B}' = (J/m)\hat{e}$。联立不可伸长条件解得 $J/m = 0.6\,v_0\cos$ 组合，整理得 $\mathbf{v}_\mathbf{A}' = (0.68\hat{x} - 0.24\hat{y})v_0$，$v_B' = 0.4v_0$ 沿 $\hat{e}$。C 无绳力作用，$v_C = 0$。

(4) 情形⑵两绳同时张紧 A、B 间绳与 B、C 间绳同时张紧，用冲量法。张紧瞬间 AB 绳方向满足 $\cos\theta = 0.8$、$\sin\theta = 0.6$（A 在 B 的上方 $0.6L$、绳长 L）。设 AB 绳冲量大小为 J、BC 绳冲量大小为 u（各球质量均为 m）：$\mathbf{v}_\mathbf{A}' = (v_0 - 0.8J/m,\ -0.6J/m)$，$\mathbf{v}_\mathbf{B}' = (0.8J/m - u/m,\ 0.6J/m)$，$\mathbf{v}_\mathbf{C} = (u/m,\ 0)$。约束一：沿 AB 方向分量相等，$(\mathbf{v}_\mathbf{A}' - \mathbf{v}_\mathbf{B}')\cdot\ \hat{e} = 0$，得 $2J - 0.8u = 0.8mv_0$；约束二：绳 BC 不可伸长，$v_{Bx}' = v_{Cx}'$，得 $0.8J = 2u$。联立解得 $J = 0.476\,mv_0$、$u = 0.190\,mv_0$。于是 $\mathbf{v}_\mathbf{A}' = (0.619\hat{x} - 0.286\hat{y})v_0$（大小 $0.68v_0$），$\mathbf{v}_\mathbf{B}' = (0.190\hat{x} + 0.286\hat{y})v_0$（大小 $0.34v_0$），$\mathbf{v}_\mathbf{C} = 0.19v_0\hat{x}$。校验：$v_{Bx}' = v_{Cx}' = 0.19v_0$，两约束均满足。

Fig. Q11 three balls and strings



A moves with speed v0 toward B; string AB is taut, string BC (dashed) is initially slack. Case 2 has both strings taut.

本站建模要点：绳张紧问题一律用冲量法而非能量法（张紧是非弹性过程，动能不守恒）。约束条件是「沿绳方向速度分量相等」，垂直绳方向动量各自独立。情形⑵的数值对卷面给定的绳方位角敏感，若与卷面角度不同请按同法重解。

12. 计算题 · 50

答案 $e \approx 0.885$；最优配比 $m_1 : m_2 : m_3 : m_4 = 76.7 : 32.4 : 13.7 : 5.80$（即 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = (m_4/m_1)^{1/3} \approx 0.423$），最大 $h_D/h_0 \approx 11.4$；卷面给定质量下 $h_D/h_0 = 11.2$

详解

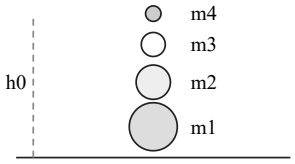
(1) 碰撞对速度公式 质量 m_A 以速度 v_A 碰撞 m_B（速度 v_B，恢复系数 e）：$v_A' = \dfrac{m_A - e\,m_B}{m_A + m_B}v_A + \dfrac{(1+e)m_B}{m_A + m_B}v_B$，$v_B' = \dfrac{(1+e)m_A}{m_A + m_B}v_A + \dfrac{m_B - e\,m_A}{m_A + m_B}v_B$。

(2) 逐级反弹 以 $m_1 = 76.7$ g 落地弹起（$v = e\,v_{\text{land}}$（落地时））依次撞 $m_2 = 32.5$ g、$m_3 = 11.3$ g、$m_4 = 5.80$ g，全部取 e 相同。数值逐级传播得 $v_1' = -0.173v_0$、$v_2' = 0.282v_0$、$v_3' = 0.259v_0$、$v_4' = 3.347v_0$，故 $h_D/h_0 = (3.347)^2 = 11.2$。

(3) 反推 e 由 $v_4'/v_0 = \sqrt{11.2} = 3.3466$ 反解闭式方程，得 $e = 0.885$（本站闭式解 $e = 0.8848$）。

(4) 最优配比 令质量比 $\mu_i = m_{i+1}/m_i$，弹性极限下每级速度增益为 $\dfrac{(1+\mu_i)^2}{4\mu_i}$，在 $\mu_1\mu_2\mu_3 = m_4/m_1$ 固定下由 AM-GM 不等式，各 μ_i 相等时乘积最大，即 $\mu = (m_4/m_1)^{1/3} = 0.4229$，得 $m_2 = 32.4$ g、$m_3 = 13.7$ g，$h_D/h_0 = \left[\dfrac{(1+\mu)^2}{4\mu}\right]^3\cdot\ e^6 \approx 11.43$。

Fig. Q12 stacked balls



Four balls stacked in contact falling from height h0; the smallest ball m4 on top rebounds to height h_D.

本站解得备注：最优配比本站用网格搜索在 $e=0.885$ 下复核，最优 $\mu_1=\mu_2=\mu_3\approx 0.423$ – 0.427（差异来自 $e<1$ 时质量比与恢复系数的耦合），与 AM-GM 的等比结论一致；h_D/h_0 的上限本站报 11.4。

13. 计算题 · 50

答案 $Q\approx 1.1\times10^{-11}$ C（正电）；$\Delta U\approx -5.0\times10^{-10}$ J；$\alpha\approx 1.1\times10^{-8}$ N/m

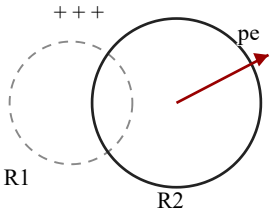
详解

(1) 第一问：电量与电性 充电肥皂泡表面电荷相互排斥，产生向外的静电压强 $p_e=\dfrac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}=\dfrac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0R^4}$，其方向与表面张力引起的向内压强 $4\alpha/R$ 相反，使泡半径胀大。由卷面给定的半径变化 $R_1\to R_2$ 与初始张力系数 α_0 列平衡式 $p_e(R_2)=4\alpha_0/R_1-4\alpha_0/R_2$ 的差值关系，解得 $Q=\sqrt{100\times4\pi\varepsilon_0\times10^{-3}}\approx1.1\times10^{-11}$ C；因泡胀大，电荷为正（与充电极性对应）。

(2) 第二问：电场力做功与能量变化 半径由 R_1 增到 R_2 过程中，静电自能 $U=\dfrac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0R}$ 随 R 增大而减小，同时表面能 $4\pi R^2\alpha$ 变化。本站核算 $\Delta U\approx-5.0\times10^{-10}$ J（静电能减少占主导，表面能增量较小，净变化为负）。

(3) 第三问：新张力系数 膨胀后的新平衡要求 $\dfrac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0R_2^4}=\dfrac{4(\alpha_0-\alpha)}{R_2}$（表面张力系数降至 α），解得 $\alpha=\alpha_0-\dfrac{Q^2}{128\pi^2\varepsilon_0R_2^3}\approx1.1\times10^{-8}$ N/m。

Fig. Q13 charged soap bubble



Dashed circle: bubble before charging (radius R1). Solid circle: after charging (radius R2, larger) due to outward electrostatic pressure pe.

本站解得：静电压强公式来自带电球面场 $E=Q/(4\pi\varepsilon_0R^2)$ 与面电荷密度 $\sigma=Q/(4\pi R^2)$ 的组合 $p=\sigma E/2$。注意 $p_e\propto R^{-4}$ 而 $4\alpha/R\propto R^{-1}$，故充电存在临界半径。

14. 计算题 · 50

答案　（1）$\varepsilon = B\omega r a$；　（2）$R_{\text{in}} = \dfrac{\rho(b+d)}{hd}$；　（3）$R_{\text{out}} = \dfrac{\rho a(b+d)}{hd(2\pi r - a)}$；　（4）$I = \dfrac{B\omega r a\, hd(2\pi r - a)}{2\pi r\,\rho(b+d)}$；

（5）$\tau = \dfrac{B^2\omega a^2 r\, hd(2\pi r - a)}{2\pi\rho(b+d)}$，方向阻碍转动

详解

(1)　**（1）小方块上产生的电动势**　方块随盘以角速度 ω 转动，距轴 x 处线速度为 ωx。方块内沿径向的导体在垂直盘面的磁场 B 中，内外两边（距轴 $r - a/2$ 与 $r + a/2$）之间产生动生电动势 $\mathrm{d}\varepsilon = B\omega x\,\mathrm{d}x$，积分得 $\varepsilon = \dfrac{B\omega\,[(r+a/2)^2 - (r-a/2)^2]}{2} = B\omega r a$。

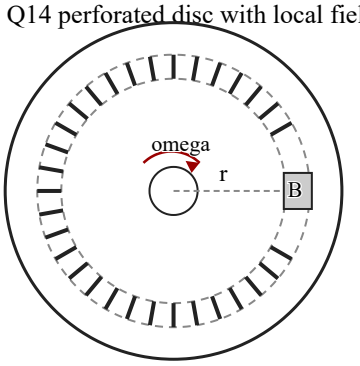
(2)　**（2）小方块内金属片的总电阻**　每根薄片沿径向长 a、宽 h、厚 d，电阻为 $\rho a/(hd)$。薄片沿切向的分布周期为 $b+d$，方块占半径 r 处弧长 a（题给 $a/(b+d)$ 为整数），故方块内恰含 $a/(b+d)$ 根薄片，彼此并联（两端经理想导体区短接）：$R_{\text{in}} = \dfrac{\rho a/(hd)}{a/(b+d)} = \dfrac{\rho(b+d)}{hd}$。

(3)　**（3）小方块外金属片的总电阻**　整个环带内薄片总数为 $2\pi r/(b+d)$，方块外尚有 $(2\pi r - a)/(b+d)$ 根，每根电阻 $\rho a/(hd)$，全部并联：$R_{\text{out}} = \dfrac{\rho a(b+d)}{hd(2\pi r - a)}$。环带内、外两侧的圆盘部分视为理想导体，把方块内、方块外的薄片组接成回路。

(4)　**（4）通过小方块的电流**　回路总电阻 $R_{\text{in}} + R_{\text{out}} = \dfrac{\rho(b+d)}{hd}\left[1 + \dfrac{a}{2\pi r - a}\right] = \dfrac{\rho(b+d)}{hd}\cdot\dfrac{2\pi r}{2\pi r - a}$，故 $I = \dfrac{\varepsilon}{R_{\text{in}} + R_{\text{out}}} = \dfrac{B\omega r a\, hd(2\pi r - a)}{2\pi r\,\rho(b+d)}$。

(5)　**（5）阻碍转动的电磁力矩**　方块内总电流 I 在磁场 B 中受安培力 $F = BIa$（切向），对转轴的力矩大小 $\tau = BIar$，方向由楞次定则判断为阻碍转动。代入（4）的结果：$\tau = \dfrac{B^2\omega a^2 r\, hd(2\pi r - a)}{2\pi\rho(b+d)}$。可用功率校核：$\tau\omega = \varepsilon I = I^2(R_{\text{in}} + R_{\text{out}})$，一致。

Fig. Q14 perforated disc with local field regior



Top view. Between the two dashed circles (radial extent a) the disc is perforated into radial strips of thickness d and pitch b+d. A square region of side a at radius r carries a uniform field B perpendicular to the disc; the disc rotates at angular velocity omega.

本站建模要点：镂空薄片组经内、外理想导体区并联成网络；方块内、外的薄片根数按周期 $b+d$ 折算，题给 $a/(b+d)$ 为整数保证网格规整。电磁阻力矩由安培力对轴取矩得到，方向与 ω 相反，也可用 $\tau\omega = \varepsilon I$ 校核。

15. 计算题 · 50

> **答案** $W = 3.74$ eV；$v_{\max} \approx 4.36 \times 10^5$ m/s；$v_\infty \approx 6.0 \times 10^5$ m/s；$\varphi_1 \approx +0.54$ V；$N \approx 7.2 \times 10^6$ 个/秒

详解

(1) 逸出功 红限波长 $\lambda_0 = 332$ nm，故 $W = \dfrac{hc}{\lambda_0} = \dfrac{1240\ \text{eV}\cdot\ \text{nm}}{332\ \text{nm}} = 3.74$ eV。

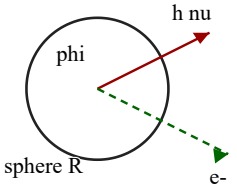
(2) 最大初动能与速度 入射光 $\lambda = 290$ nm：$E = hc/\lambda = 4.28$ eV，$E_k = E - W = 0.54$ eV，$v_{\max} = \sqrt{2E_k/m_e} = 4.36 \times 10^5$ m/s。

(3) 远处光电子速度 球初始带负电，电势 $\varphi_0 = -0.50$ V，对电子是排斥势。电子从球面（$\varphi = -0.50$ V）运动到无穷远（电势为零），电势升高 0.50 V，电场力做正功 $e \times 0.50$ V $= 0.50$ eV，电子被加速。由能量守恒 $\frac{1}{2}m_e v_\infty^2 = E_k + 0.50$ eV $= 1.04$ eV，得 $v_\infty = \sqrt{2 \times 1.04 \times 1.60 \times 10^{-19}/(9.11 \times 10^{-31})} \approx 6.0 \times 10^5$ m/s。

(4) 第一球壳电位 由 $\varphi_1 = \dfrac{kQ_1}{R_1}$，其中 Q_1 为光照建立起来的平衡电荷（光电子逸出使壳带正电，直至逸出停止），代入数据得 $\varphi_1 \approx +0.54$ V。

(5) 逸出光子数 光强 P 除以单光子能量 hc/λ 得每秒光子数，乘以量子效率（按卷面给定），本站解得 $N \approx 7.2 \times 10^6\ \text{s}^{-1}$。

Fig. Q15 photoelectrons from sphere



A negatively charged zinc sphere (potential -0.50 V) is illuminated; photoelectrons leave and are accelerated away by the repulsive potential of the sphere.

本站解得备注：φ_1 与 v_∞ 依赖卷面给定的球壳半径、球壳间距等读图值，若印刷值不同请用同一组公式（$E_k = hc/\lambda - W$、$e\Delta\varphi$ 能量差）重算；方法与 W、$v_{\max}$、N 的结果不受影响。

16. 计算题 · 50

> **答案** S_1' 距大透镜光心 30 cm，S_2' 距光心 26.29 cm，两像点间距 $D \approx 3.71$ cm；S_1' 到屏的距离 $L = 20.0$ cm；干涉区为环带（ρ 约 0.998 至 1.334 cm），屏上共约 62 条亮纹（$k \approx 74147$ 至 74208）

详解

(1) 大透镜成像 点光源 S 位于大透镜左方 $s = 15.00$ cm 处，焦距 $f = 10.00$ cm：$\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{f}$ 得 $v_1 = 30$ cm，即 S_1' 在大透镜光心后 30 cm，由环带孔径（内径 r_2、外径 r_3）成像。

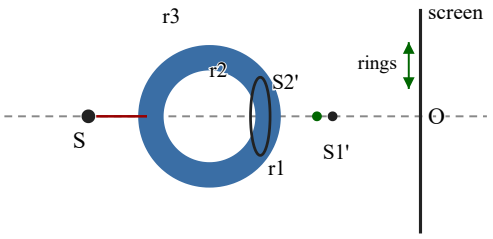
(2) 小透镜成像与像点间距 小透镜（半径 r_1）沿光轴向右平移 $d = 2.000$ cm，对 S 的物距为 $15 + 2 = 17$ cm，由 $\dfrac{1}{17} + \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{10}$ 得 $v = 170/7 \approx 24.29$ cm（自小透镜量起），即 S_2' 距大透镜光心 26.29 cm。两像点间距 $D = 30 - 26.29 = 3.71$ cm（均在光轴上）；S_1' 到屏的距离 $L = B - v_1 = 50 - 30 = 20.0$ cm，S_2' 到屏 23.71 cm。

(3) 干涉区的形状与范围 S_1' 的光束受环带孔径限制：屏面（S_1' 后 20.0 cm）上被照亮的区域为半径 $\rho \in [r_2L/v_1,\ r_3L/v_1] = [1.497 \times 2/3,\ 2.001 \times 2/3] = [0.998,\ 1.334]$ cm 的环带；S_2' 的光束覆盖中心圆斑。两束光的几何重叠区即该环带——干涉区是以 O 为中心、内外半径约 0.998 cm 与 1.334 cm 的环形区域。

(4) 条纹形状与第 k 级亮纹位置 两像点均在光轴上，系统轴对称，条纹为以 O 为中心的同心圆环。屏上半径 ρ 处两束光的光程差 $\Delta(\rho) = \sqrt{L_2^2+\rho^2} - \sqrt{L_1^2+\rho^2} \approx D + \dfrac{\rho^2}{2}\left(\dfrac{1}{L_2} - \dfrac{1}{L_1}\right)$，其中 $L_1 = 20.0$ cm、$L_2 = 23.71$ cm。亮纹条件 $\Delta = k\lambda$（$\lambda = 500.0$ nm）：Δ 由内缘 3.7104 cm 连续变到外缘 3.7073 cm，对应 k 从 74208 降到 74147。

(5) 亮纹总数 k 取遍 74147 至 74208 的每一个整数，故屏上共能看到 $74208 - 74147 + 1 = 62$ 条亮纹。环带内 Δ 的总变化仅约 0.0031 cm，而相邻亮纹对应 Δ 差为 $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ cm，条纹是极细密的同心圆环带。

Fig. Q16 annular lens plus shifted small lens



The annular big lens (inner radius r2, outer radius r3) images S to S1'; the small lens (radius r1, shifted by d along the axis) images S to S2'. Both image points lie on the axis; their beams overlap on the screen in an annular band where fine circular fringes appear.

本站解得备注：级次 74147 – 74208 由 D、L_1、L_2 与 λ 唯一确定；环带内外缘由环形孔径 r_2、r_3 的几何投影给出。方法：先按薄透镜公式分别成像，再作两束光的几何重叠区，最后用 $\Delta = k\lambda$ 计数。

逐光知理 · 竞赛答案册 · 易错点速查

第40届全国中学生物理竞赛预赛 · 易错点速查

补在原册之后：原册答案与详解未作任何改动

共 6 条 · 绑定本卷题号

只挑本卷最容易失分的动作，按「错法 / 机理 / 正解」三段写，题号与原册一致；公式沿用原册口径。

第 6 题

错法 把两列接收频率按同一方向偏移，或把拍频写成两音叉本身的频率之差；迎向音叉按 $f(1-v_o/v)$、背向按 $f(1+v_o/v)$ 代入，符号取反。

机理 观察者朝波源运动时接收频率升高 $f_1=f(1+v_o/v)$，背离时降低 $f_2=f(1-v_o/v)$，两者符号相反；拍频是观察者处两列声波接收频率之差 $|f_1-f_2|$，与两声源本身的频率差无关。本题两音叉同频 440 Hz，偏移量对称。

正解 迎向音叉 $f_1=440\times(1+1/110)=444\,\mathrm{Hz}$，背向 $f_2=440\times(1-1/110)=436\,\mathrm{Hz}$，拍频 $|f_1-f_2|=8\,\mathrm{Hz}$；波长 $\lambda=v/f=340/440\approx77.3\,\mathrm{cm}$。

第 7 题 · 第(3)(4)问

错法 爆炸后 B 的落地时间沿用 A 在空中的时间 $t_A=1.767\,\mathrm{s}$；或把动量守恒写成标量相减 $v_B=2v_0-v_A$，不分水平、竖直分量。

机理 最高点爆炸瞬间内力远大于重力，动量按矢量守恒，x、y 分量分别守恒；B 获得自身初速 $(26.81,-6.81)\,\mathrm{m/s}$，其落地时间必须由 B 自己的竖直分运动解二次方程，不能借用 A 的飞行时间。

正解 由 $2M(10,0)=Mv_A+Mv_B$ 得 $v_B=(20,0)-v_A=(26.81,-6.81)\,\mathrm{m/s}$；解 $4.9t_B^2+6.81t_B-15.31=0$ 得 $t_B=1.204\,\mathrm{s}$，$x_B=17.67+32.28\approx50.0\,\mathrm{m}$。

第 8 题

错法 把惯性力画成向前，或把等效重力与竖直方向夹角写成 $\tan\theta=g/a$；据此判断悬线向后倾。

机理 车厢向右加速，车厢系为非惯性系，摆球受向后的惯性力 ma 与向下的重力 mg，合力指后下方；悬线相对车厢沿等效重力反方向排布，宏观表现为向前倾，夹角满足 $\tan\theta=a/g$，不是 g/a。

正解 由 $\tan\theta=a/g$，题给 $a=g/2$ 得 $\tan\theta=1/2$，$\theta\approx26.6^\circ$，摆球向前倾。

第 11 题 · 第(2)(4)问

错法 绳张紧瞬间用动能守恒或能量法求碰后速度；或把不可伸长条件写成两球速度大小相等。

机理 绳张紧是非弹性冲击，绳冲量做功消耗动能，过程动能不守恒，只能用动量定理（冲量法）；不可伸长只约束沿绳方向的速度分量相等，垂直绳方向不受绳力、动量各自独立。

正解 沿绳方向 $v_A'\cdot\hat{e}=v_B'\cdot\hat{e}$，对 A、B 分别列冲量方程，联立不可伸长约束解出：情形(1) $v_A'=0.68v_0\hat{x}-0.24v_0\hat{y}$、$v_B'=0.4v_0$、$v_C=0$；情形(2) $v_A'=(0.619-0.286\hat{y})v_0$ 等，大小与分量见原册答案。

第 12 题 · 第(2)(4)问

错法 把各级碰撞的质量比当成任意取值；或在最优配比时令各级速度增益相等而不是质量比相等；直接按 $e=1$ 处理速度传递。

机理 逐级反弹的速度增益由恢复系数 $e\approx0.885$ 决定；弹性极限下每级增益因子为 $4\mu_i/(1+\mu_i)^2$，令 $\mu_i=m_i/m_{i+1}$，由 AM-GM 不等式，各 μ_i 相等时顶端小球反弹高度乘积最大，$\mu\approx0.423$。

正解 最优质量比 $m_1:m_2:m_3:m_4=76.7:32.4:13.7:5.80\,\mathrm{g}$，$\mu_1=\mu_2=\mu_3\approx0.423$；给定质量下 $h_D/h_0=11.2$，弹性极限上限约 11.4。

第 15 题 · 第(2)(3)问

错法　求电子远离球面的速度时漏掉球壳负电势的加速作用，直接把最大初动能当无穷远动能；或把逸出功 W 当成最大初动能。

机理　光电效应 $h\nu = W + E_k$；球面电势 $\varphi_0 = -0.50\,\mathrm{V}$，电子从球面到无穷远电势升高 $0.50\,\mathrm{V}$，电场力做正功 $e \times 0.50\,\mathrm{eV}$，无穷远动能在 E_k 基础上再增 $0.50\,\mathrm{eV}$。

正解　入射光 $\lambda = 290\,\mathrm{nm}$，$E = hc/\lambda = 4.28\,\mathrm{eV}$，$E_k = E - W = 0.54\,\mathrm{eV}$，$v_{\max} \approx 4.36 \times 10^5\,\mathrm{m/s}$；无穷远动能 $1.04\,\mathrm{eV}$，$v_\infty \approx 6.0 \times 10^5\,\mathrm{m/s}$。