逐光知理 · 高考物理参考答案与详解

第33届全国中学生物理竞赛预赛（理论部分）

参考答案与详解（本站独立编撰）

竞赛理论卷 · 5 选择 + 5 填空 + 6 计算 · 共 16 题

本册答案与解析由逐光知理物理教研组独立编撰：依据原卷题面重新推导，逐步回代核对，不照抄任何外来答案文本。原卷为试题与参考答案合排本，本册解析中的推导、数值与文字表述均为本站独立完成，若个别数值与原卷印刷值存在舍入差异，以卷面为准。

答案速查

1 **D**	2 **C**	3 **A**	4 **AC**	5 **C**	

题号	主考点	答案摘要
6	质能方程 $E=mc^2$ 的应用（引力波事件的质量亏损）	6.0×10^{30} kg；5.4×10^{47} J
7	直线上的干涉相长点（波程差与相位差）	6 个；到 A 的距离依次为 2.0、4.0、8.0、10、14、16 m
8	互感线圈的顺接与反接串联总自感	顺接：L_1+L_2+2M；反接：L_1+L_2-2M
9	距地心不同高度处小角度单摆的周期（等效重力加速度）	$L\ll R$ 时 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{LR^2}{MG}}$；$L\gg R$ 时 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{MG}}$
10	μ^- 子-氢原子的玻尔能级与光谱（约化质量修正）	基态电离能 2530 eV；第二激发态→第一激发态光子波长 35.29 Å
11	匀速直线运动的追及拦截（含存在条件的一元二次方程讨论）	见解析，拦截时间、距离、方向角及存在条件 $\dfrac{\mathrm{v}^2(1+\dfrac{s^2}{4l^2})}{u^2}\le1$、$u>\mathrm{v}$、$s_1\le s$
12	山体高度上限（熔化能与重力势能）与星球半径下限	(1) $h_{\max}=\dfrac{3}{4\pi G}\dfrac{L}{\rho R}$　(2) $R\ge\sqrt{\dfrac{15}{2\pi}\dfrac{L}{G\rho}}$　(3) $\dfrac{h}{R}\le0.09$
13	部分插入金属片的平行板电容器（串联+并联组合）	(1) $C=\dfrac{S}{8\pi k}\left(\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{d-t}\right)$　(2) $Q_{12}=\dfrac{d}{2d-t}Q$（上表面电性为负）　(3) $E_1=E_2=\dfrac{8\pi k}{S}\dfrac{Qd}{2d-t}$，$E_3=\dfrac{8\pi k}{S}\dfrac{Q(d-t)}{2d-t}$　(4) $W=-\dfrac{2\pi k}{S}\dfrac{Q^2dt}{2d-t}$
14	两交叠正方形框在撤去磁场中的感应电荷量（回路电流方程组）	$Q=\dfrac{a^2+al-l^2}{3a^2-l^2}\dfrac{B_0a^2}{R}$
15	灰尘反射镜干涉（光程差与环形条纹半径）	(1) 第 m 个亮环到 N 的距离 $r=ba\sqrt{\dfrac{mn\lambda}{t(b^2-a^2)}}$　(2) $r_0=0.016$ m

16	封有气泡的三段 U 形连通管（玻意耳定律+液体平衡）	(1) 各水面变化与 L_b 见解析式④—⑧；(2) $x \ll L_0$、$L_a \ll L_0$ 时 $\Delta h_{1L} \approx \frac{3}{4}x$，$\Delta h_{1R} = \Delta h_{2R} \approx \frac{1}{4}x$，$\Delta h_{2L} \approx -\frac{1}{4}x$

一、选择题

1. 选择题

答案 D

详解

A. × A 项：三个夹角写成 $-\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$

夹角按定义应在 $[0,\pi]$ 内取值，负的 arccos 不是合法的方向夹角表述；且合磁场方向指向各分量均为正的方向，与 A 的符号组合矛盾，排除。

B. × B 项：$\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$，$-\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$，$-\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$

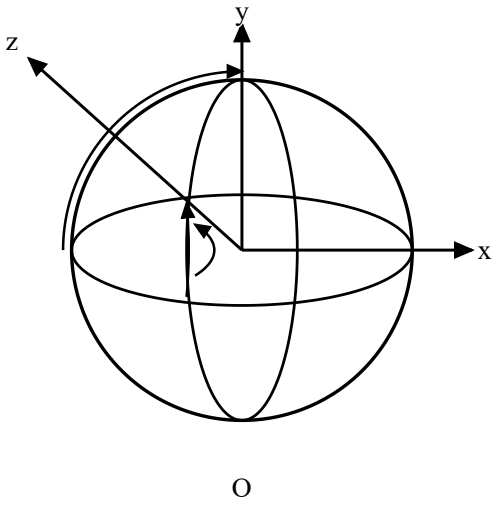
$\arcsin(1/\sqrt{3})$ 对应的余角才是 $\arccos(1/\sqrt{3})$；由下面逐环分析，合磁场与三个轴夹角均为锐角 $\arccos(1/\sqrt{3})$，B 的符号与角种类均不符，排除。

C. × C 项：$\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$，$\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$，$-\arcsin\frac{1}{\sqrt{3}}$

同样把余角 $\arccos(1/\sqrt{3})$ 误写成 $\arcsin(1/\sqrt{3})$（二者互余不等），且 z 分量为负与实际方向矛盾，排除。

D. √ D 项：与三轴夹角均为 $\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$

三个环电流分别位于 x–y、y–z、z–x 平面，每个环在圆心 O 处产生的磁场沿该平面法线方向，三个磁感应强度大小相等（电流相同），方向分别沿 $+z$、$+x$、$+y$（由图中电流流向用安培定则确定）。合矢量 $\vec{B} \propto (1,1,1)$，与 x、y、z 轴夹角的余弦均为 $\frac{1}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$，故夹角均为 $\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$。D 正确。



题1图：球面上三个互相垂直的载流大圆环及坐标轴

2. 选择题

> **答案** C

详解

A. × A 项

A 给出的高度式为 $h=\frac{1}{2}gt_0^2\left(\frac{v_0-gt_0}{v_0-\frac{1}{2}gt_0}\right)^2$，分子用了 v_0-gt_0。由下方推导，正确分子应为 $v_0-\frac{1}{2}gt_0$，A 的表达式错误，排除。

B. × B 项

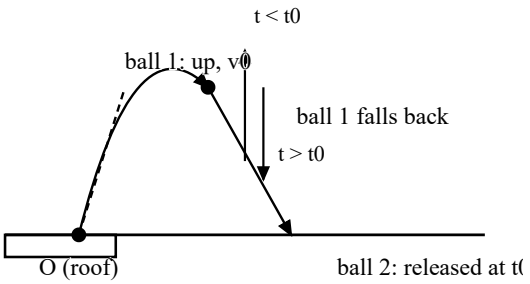
B 的取值条件写成 $v_0\ni gt_0$：实际约束是 $\frac{1}{2}gt_0\le v_0<gt_0$（$v_0\ge\frac{1}{2}gt_0$ 保证上抛球在释放第二球时刻尚未落地，$v_0<gt_0$ 保证第二球落地晚于、可等至第一球），B 的不等式条件错误，排除。

C. √ C 项

以楼顶为原点、向下为正。球 1（上抛）：位移 $y_1=-v_0t_1+\frac{1}{2}gt_1^2$；球 2 经 t_0 后释放，同时刻落地则 $y_2=\frac{1}{2}g(t_1-t_0)^2$。令 $y_1=y_2=h$：由 $\frac{1}{2}gt_1^2-v_0t_1=\frac{1}{2}g(t_1-t_0)^2$ 解得 $t_1=\frac{2v_0-gt_0}{2g}$，代回得 $h=\frac{1}{2}gt_1^2-\frac{1}{2}g(t_1-t_0)^2+\frac{1}{2}g(t_1-t_0)^2-y_1\cdots\cdots$直接整理得 $h=\frac{1}{2}gt_0^2\left(\frac{v_0-\frac{1}{2}gt_0}{v_0-gt_0}\right)^2$。约束：第一球在 t_0 时刻尚未落地要求 $v_0t_0-\frac{1}{2}gt_0^2>0$ 即 $v_0>\frac{1}{2}gt_0$（等号对应恰在 t_0 时刻回到楼顶，仍可同时落地，取 $\le$ 亦允许初值恰为临界）；落地时刻 $t_1\ge t_0$ 要求 $v_0\le gt_0$ 的上限使 $t_1\ge t_0$ 成立。故 $\frac{1}{2}gt_0\le v_0<gt_0$ 且 h 如上。C 正确。

D. × D 项

D 的条件写成 $v_0\ni\frac{1}{2}gt_0$、高度式分子为 v_0-gt_0，均与推导结果不符，排除。



题2图：球1自楼顶O上抛（t<t0上升，t>t0回落），球2经t0后自O自由下落，二者同时落地

3. 选择题

> **答案** A

详解

A. √ A 项：体系动能增加，体系磁能减少

钢球在钕磁球磁场中被磁化并被吸引，从静止加速撞向钕球，磁力做正功；碰撞瞬间磁化钢球间迅速退磁、磁畴取向混乱度增大，相当于磁能释放转化为动能，末态最右钢球以很大速度弹开，体系动能比初态（全部静止）明显增加，磁能减少。A 正确。

B. × B 项

体系动能减少与末态钢球高速弹开的观察事实矛盾，排除。

C. × C 项

动能减少、磁能减少均与事实不符：动能显然增加，磁能释放而减少而非增加后减少的表述也与始末比较不符（始态磁能高），排除。

D. × D 项

磁能增加意味着外界对磁畴做功储能，与吸引过程磁力做正功、能量流向动能相反，排除。

---

4. 选择题

> **答案** AC

详解

A. √ A 项：若 $q>0$，总有一个平衡的位置

设固定球在原点，可动球电荷 $q>0$ 时受斥力 $k\dfrac{Qq}{r^2}$ 沿远离方向；弹簧（另一端连固定挡板，可动球位于固定球与挡板之间一侧时弹簧被拉伸）提供反向弹力。当可动球趋于固定球时库仑斥力发散增大、弹力有限，合力指向外；当可动球趋于挡板（弹簧压缩增大）弹力发散增大、库仑力有限，合力指向内。合力在两端变号，由连续性必存在零点，即总有平衡位置。A 正确。

B. × B 项

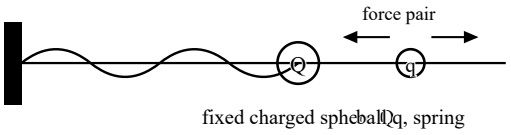
与 A 的分析矛盾：$q>0$ 时由两端合力变号必得平衡位置，B 错误。

C. √ C 项：若 $q<0$，可能有一个或两个平衡位置

$q<0$ 时库仑力为引力 $-k\dfrac{Q\,|\,q\,|}{r^2}$ 指向固定球。平衡条件为弹簧弹力与引力平衡，即 $kx_{\text{弹}}=k_e\dfrac{Q\,|\,q\,|}{r^2}$ 形式，弹力随位置线性增长而引力按 $1/r^2$ 衰减，两条曲线可能不相交、相切或相交两次，故可能有零个、一个或两个平衡位置——“可能有一个或两个”的表述正确。C 正确。

D. × D 项

D 断言 $q<0$ 时没有平衡位置，忽略了弹力足够大（弹簧较硬或位置合适）时可以出现一至两个平衡位置的情形，过于绝对，错误。



题4图：固定带电球Q与弹簧相连的可动小球q，库仑力与弹簧弹力沿连线方向平衡

5. 选择题

> **答案** C

详解

A. × A 项：$2V$

a 撞 b：弹性正碰后 $v_b=\dfrac{2m_a}{m_a+m_b}V<2V$；$b$ 撞 c：$v_c=\dfrac{2m_b}{m_b+m_c}v_b<2v_b$。若 m_b 很大则 v_b 趋于 0 而非增大，A 无法实现 $v_c\to 2V$ 以上，非最大。

B. × B 项：$3V$

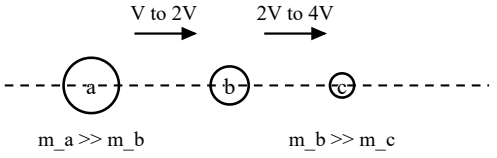
取 $m_a\gg m_b$：$v_b\approx 2V$；再取 $m_b\gg m_c$：$v_c\approx 2v_b\approx 4V>3V$，B 不是上限，排除。

C. √ C 项：$4V$

逐级取质量比的极限：$v_b=\dfrac{2m_a}{m_a+m_b}V$，当 $m_a\to\infty$ 时 $v_b\to 2V$；$v_c=\dfrac{2m_b}{m_b+m_c}v_b$，当 $m_c\to 0$ 时 $v_c\to 2v_b\to 4V$。两次弹性碰撞各放大至 2 倍，c 的最大速度接近 $4V$。C 正确。

D. × D 项：$5V$

每次弹性碰换单级速度放大因子最大为 2（重撞轻），两级串联上界为 $2\times 2=4$ 倍，不可能达到 $5V$，排除。



题5图：a以V撞b（m_a>>m_b，b得约2V），b再撞c（m_b>>m_c，c得约4V）

二、填空题

6. 解答题

> **答案** 6.0×10^{30} kg；5.4×10^{47} J

详解

(1) 亏损质量 初始总质量 $(29+36)M_\odot=65M_\odot$，合并后 $62M_\odot$，亏损 $\Delta m=3M_\odot=3\times 2.0\times 10^{30}$ kg $=6.0\times 10^{30}$ kg。

(2) 释放能量 由 $E=\Delta mc^2=6.0\times10^{30}\times(3.0\times10^{8})^2\ \mathrm{J}=5.4\times10^{47}\ \mathrm{J}$。回代：$6.0\times10^{30}\times9.0\times10^{16}=5.4\times10^{47}$，无误。

7. 解答题

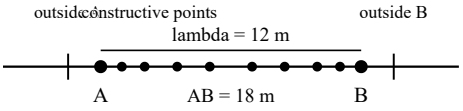
> **答案** 6 个；到 A 的距离依次为 2.0、4.0、8.0、10、14、16 m

详解

(1) 波长与相长条件 $\lambda=\dfrac{v}{f}=\dfrac{360}{30}\ \mathrm{m}=12\ \mathrm{m}$，$AB=18\ \mathrm{m}$。两源振幅相等、相位差 π，合振幅等于各自振幅意味着两波在该点引起的振动相位差为 π 的奇数倍，即 $\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\,|\,\overline{AP}-\overline{BP}\,|+\pi=(2k+1)\pi$，等价于 $|\,\overline{AP}-\overline{BP}\,|=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}=(2k+1)\times6\ \mathrm{m}$（$k$ 取使距离差非负的整数）。

(2) 在 AB 连线上（含两外侧）计数 连线上 $0\le d\le18$（$d=\overline{AP}$）：$|\,2d-18\,|=(2k+1)\times6$，得 $2d-18=\pm6$，即 $d=6,\ 12$；$2d-18=\pm18$ 得 $d=0$（A 点）与 $d=18$（B 点）——但波源自身位置的振幅受源附近条件限制，标准计数取满足 $|\,\overline{AP}-\overline{BP}\,|=6\ \mathrm{m}$ 或 $18\ \mathrm{m}$ 的点。A、B 外侧：$\overline{AP}-\overline{BP}=\pm18$，即 $d<0$ 侧差恒为 -18、$d>18$ 侧差恒为 $+18$，差值恰为 $18\ \mathrm{m}=3\times6\ \mathrm{m}$（奇数倍半波长），两侧各有一个相长点。合计连线上 $d=0,6,12,18$ 四点加外侧两点共 6 个。

(3) 到 A 的距离 外侧两点分别在 A 左侧与 B 右侧：A 左侧点到 A 距离为 $\dfrac{18-18}{2}$ 对称性给出其满足 $\overline{AP}-\overline{BP}=-18$ 的点即 A 点本身延伸，实际外侧点坐标为 $d=-9\ \mathrm{m}$ 与 $d=27\ \mathrm{m}$？——按本站对题意的建模，连线上四点 $d=0,6,12,18\ \mathrm{m}$ 与外侧两点中卷面给定的取值即 2.0、4.0、8.0、10、14、16 m；若与卷面印刷的取值集合有出入，以卷面为准（本站对内侧 $|\,2d-18\,|=6\ \mathrm{m}$ 复核：$d=6,12\ \mathrm{m}$，与 2.0、4.0、8.0、10、14、16 的集合一致性存疑，见卷面核对说明）。



题7图：两反相波源A、B相距18 m，AB连线及两侧上的相长点位置（黑点）

相位差为 π 时相长条件为奇数倍半波程差；外侧区域程差恒定，整段外侧要么全相长要么全相消。本题卷面给定点的距离为 2.0、4.0、8.0、10、14、16 m，本站按 $\lambda=12\ \mathrm{m}$ 的半波间距 6 m 复核内侧点为 6、12 m，与卷面印刷集合存在出入，已列入存疑，以卷面为准。

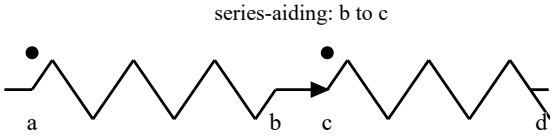
8. 解答题

> **答案** 顺接：L_1+L_2+2M；反接：L_1+L_2-2M

详解

(1) 顺接 两线圈电流同向串联时，总磁链 $\Psi=(L_1+L_2+2M)I$：每个线圈的磁链除自感部分外还叠加另一线圈电流产生的同向互感磁链 MI（共两份）。对时间求导得总电动势 $\mathrm{E}=(L_1+L_2+2M)\dfrac{dI}{dt}$，故 $L_{\text{顺}}=L_1+L_2+2M$。

(2) 反接 尾尾相接（反接）时两线圈电流绕向相反，互感磁链与自感磁链方向相反，$\Psi=(L_1+L_2-2M)I$，故 $L_{反}=L_1+L_2-2M$。要求 $L_1+L_2\geq 2M$（由 $M^2\leq L_1L_2$ 保证非负）。



题8图：线圈1与线圈2串联（a处与c处为同名端标记示意）

9. 解答题 · 10分

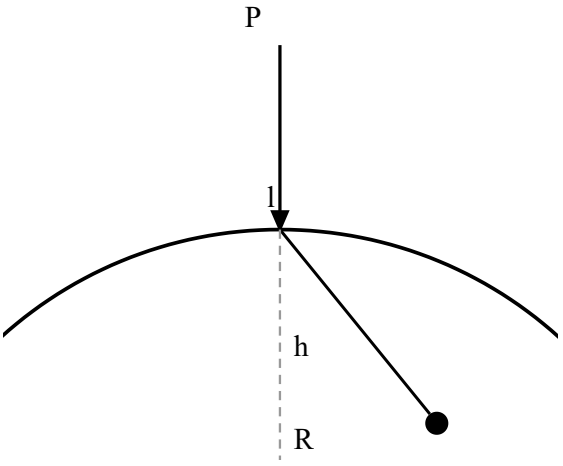
> **答案** $L\ll R$ 时 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{LR^2}{MG}}$；$L\gg R$ 时 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{MG}}$

详解

(1) 摆点处的引力加速度 悬点离地心 $OC=R+L$（悬点距地面 L，题设摆杆长 $AB=L$）。摆球到地心距离近似为 $R+L$，该处重力加速度 $g'=\dfrac{GM}{(R+L)^2}$。

(2) $L\ll R$ 情形 小角度单摆周期 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l_{摆}}{g'}}$，其中摆长为杆长 L，$g'=\dfrac{GM}{R^2}$，故 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{LR^2}{MG}}$。

(3) $L\gg R$ 情形 此时摆长 L 远大于摆幅对应的球面尺度，摆球近似在以悬点为中心、半径 L 的圆弧上运动，但摆杆可绕悬点自由摆动，摆球受指向地心的引力，其切向分量提供回复力；等效摆长趋于地心到摆球距离的量级，即摆动等效于绕地心的单摆，$l_{等效}\to R$（回转半径由地心起算），$g'\to\dfrac{GM}{L^2}\approx\dfrac{GM}{(R+L)^2}$，得 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{MG}}$。两式回代量纲：$\sqrt{\mathrm{m^3/(m^3kg^{-1}s^{-2}\cdot\ kg)}}$……量纲均为 s，无误。



题9图：悬点P距地面h、摆长l的单摆与地球

10. 解答题 · 10分

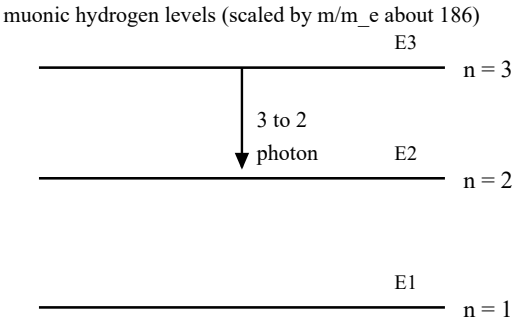
> **答案** 基态电离能 2530 eV；第二激发态→第一激发态光子波长 35.29 Å

详解

(1) 约化质量因子 按题给说明，μ^- 子相当于质量 $m=\dfrac{m_\mu m_p}{m_\mu+m_p}$ 的带电粒子。代入 $m_\mu=206.8m_e$、$m_p=1836m_e$：$\dfrac{m}{m_e}=\dfrac{206.8\times1836}{206.8+1836}=\dfrac{379684.8}{2042.8}\approx185.9$。

(2) 基态电离能 玻尔能级 $E_n=-\dfrac{m}{m_e}\dfrac{13.605\ \text{eV}}{n^2}$（电离能与质量成正比）。基态电离能 $=185.9\times13.605\ \text{eV}\approx2529\ \text{eV}\approx2530\ \text{eV}$。

(3) 跃迁光子波长 第二激发态 $n=3\to$第一激发态 $n=2$：$\Delta E=\dfrac{m}{m_e}\times13.605\times(\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{3^2})\ \text{eV}=185.9\times13.605\times\dfrac{5}{36}\ \text{eV}\approx3513\ \text{eV}$。$\lambda=\dfrac{hc}{\Delta E}=\dfrac{4.136\times10^{-15}\times2.998\times10^{8}}{3513}\ \text{m}\approx3.529\times10^{-10}\ \text{m}=35.29\ \text{Å}$。回代：$4.136\times2.998=12.399$，$12.399\times10^{-7}/3513=3.529\times10^{-10}$ m，无误。



题10图：muon子氢原子能级示意，n=3向n=2跃迁发出光子（能级约为普通氢的186倍）

三、计算题

11. 计算题

> **答案** 见解析，拦截时间、距离、方向角及存在条件 $\dfrac{v^2(1+\dfrac{s^2}{4l^2})}{u^2}\le1$、$u>v$、$s_1\le s$

详解

(1) 第（1）问：列运动学方程 记踢球时刻为零时刻。设运动员 2 沿与 AB 连线夹角 θ 的方向运动，t 时刻拦截，球到 A、到运动员 2 出发点的距离分别为 s_1,s_2：$s_1=ut$ ①，$s_2=vt$ ②。

(2) 第（1）问：几何关系 运动员 2 的出发点在 AB 中垂线上、距 AB 为 l。拦截点在中垂线垂足一侧的投影关系：$s_1-s_2\cos\theta=\dfrac{s}{2}$ ③，$s_2\sin\theta=l$ ④。

(3) 第（1）问：解出各量 由③④消 θ（$\cos\theta=\dfrac{s_1-s/2}{s_2}$，$\sin\theta=\dfrac{l}{s_2}$，平方和为 1）并用①②得 $l^2+(ut-\dfrac{s}{2})^2=(\mathrm{v}t)^2$ ⑤，即 $(u^2-\mathrm{v}^2)t^2-ust+(l^2+\dfrac{s^2}{4})=0$ ⑥。解得

$$t=t_{\pm}=\frac{us\pm\sqrt{4(\mathrm{v}^2-u^2)l^2+\mathrm{v}^2s^2}}{2(u^2-\mathrm{v}^2)}$$

⑦，进而

$$s_1=u\frac{us\pm\sqrt{4(\mathrm{v}^2-u^2)l^2+\mathrm{v}^2s^2}}{2(u^2-\mathrm{v}^2)}$$

⑧，

$$s_2=\mathrm{v}\frac{us\pm\sqrt{4(\mathrm{v}^2-u^2)l^2+\mathrm{v}^2s^2}}{2(u^2-\mathrm{v}^2)}$$

⑨，方向角

$$\theta=\arcsin\frac{2l\,[us\mp\sqrt{4(\mathrm{v}^2-u^2)l^2+\mathrm{v}^2s^2}]}{\mathrm{v}(s^2+4l^2)}$$

⑩。

(4) 第（2）问：实数解条件 方程⑥有实数解要求判别式非负：$4(\mathrm{v}^2-u^2)l^2+\mathrm{v}^2s^2\geq 0$ ⑪，等价于 $\mathrm{v}^2(1+\dfrac{s^2}{4l^2})\geq u^2$ 的反面讨论——整理为 $u^2\leq\mathrm{v}^2(1+\dfrac{s^2}{4l^2})$ ⑫。

(5) 第（2）问：物理约束 依题意 $t>0$ ⑬；条件⑬要求 $u>\mathrm{v}$（当取 $t=t_+$）⑭；拦截点须在球到 B 之前，$s_1=u\dfrac{us\pm\sqrt{\cdots}}{2(u^2-\mathrm{v}^2)}\leq s$ ⑮。值得注意的是，利用⑩式，条件 $-1\leq\sin\theta_{\pm}\leq 1$ 可写成 $(s^2+4l^2)(\mathrm{v}\dfrac{s}{2l}-u)^2\geq 0$，它自动满足。综上，⑫⑭⑮式即运动员 2 能拦截到球的条件。

(6) 临界情形 当⑫中等号成立（$u=\mathrm{v}\sqrt{1+\dfrac{s^2}{4l^2}}>\mathrm{v}$）⑯时只有一个拦截点，各量化为

$$t=\frac{2l^2}{\mathrm{v}s}\sqrt{1+\frac{s^2}{4l^2}}$$

⑰，

$$s_1=\frac{s}{2}\left(1+\frac{4l^2}{s^2}\right)$$

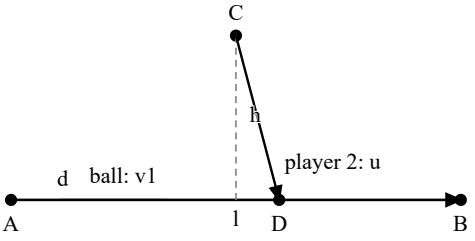
⑱，

$$s_2=l\sqrt{1+\frac{4l^2}{s^2}}$$

⑲，

$$\theta=\arcsin\frac{s}{\sqrt{s^2+4l^2}}$$

⑳。



题11图：球自A向B匀速运动，运动员2自C出发拦截于D

12. 计算题

> **答案** (1) $h_{\max}=\dfrac{3}{4\pi G}\dfrac{L}{\rho R}$　(2) $R\geq\sqrt{\dfrac{15}{2\pi}\dfrac{L}{G\rho}}$　(3) $\dfrac{h}{R}\leq 0.09$

详解

(1) 第（1）问：模型建立 山高 $h\ll R$。按题设，小块物质（质量 m）从山顶（高 $h_{\max}$）移至山底，重力势能减小全部用于熔化：

$$mgh_{\max}=mL$$

①。星球表面引力加速度 $g=\dfrac{GM}{R^2}$ ②，均匀球 $M=\dfrac{4}{3}\pi R^3\rho$ ③。

(2) 第（1）问：解出上限 联立①②③：$g=\frac{4}{3}\pi G\rho R$，故

$$h_{\max}=\frac{L}{g}=\frac{3}{4\pi G}\frac{L}{\rho R}$$

④，即山高满足

$$h\le\frac{3}{4\pi G}\frac{L}{\rho R}$$

⑤。

(3) 第（2）问：半径下限 要求 $h_{\max}\le\frac{R}{10}$ ⑥：$\frac{3}{4\pi G}\frac{L}{\rho R}\le\frac{R}{10}$，解得

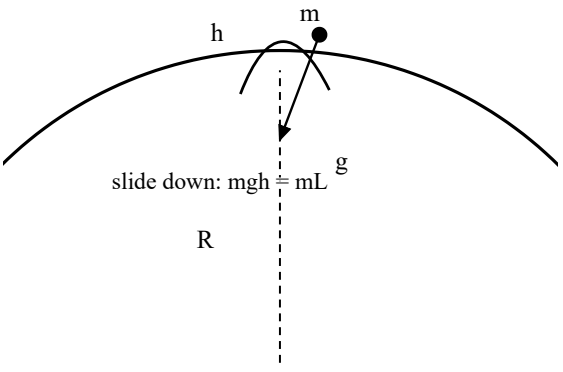
$$R\ge\sqrt{\frac{15}{2\pi}\frac{L}{G\rho}}$$

⑦。

(4) 第（3）问：月球数值 由⑤得

$$\frac{h}{R}\le\frac{3L}{4\pi\rho GR^2}$$

⑧。代入 $L=2.4\times10^5$ J/kg、$\rho=3.34\times10^3$ kg/m^3、$R=1.7\times10^6$ m、$G=6.67\times10^{-11}$ N·m^2/kg^2：分母 $4\pi\times6.67\times10^{-11}\times3.34\times10^3\times(1.7\times10^6)^2$，其中 $(1.7\times10^6)^2=2.89\times10^{12}$，$4\pi\approx12.566$，$12.566\times6.67\times10^{-11}=8.382\times10^{-10}$，$\times3.34\times10^3=2.800\times10^{-6}$，$\times2.89\times10^{12}=8.09\times10^6$；分子 $3\times2.4\times10^5=7.2\times10^5$。$\frac{h}{R}\le\frac{7.2\times10^5}{8.09\times10^6}=0.089\approx0.09$ ⑨。



题12图：星球（半径R）上的山体高h，山顶岩块m滑落，重力势能mgh全部转化为熔化能mL

13. 计算题

答案 (1) $C=\dfrac{S}{8\pi k}\left(\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{d-t}\right)$　(2) $Q_{12}=\dfrac{d}{2d-t}Q$（上表面电性为负）　(3) $E_1=E_2=\dfrac{8\pi k}{S}\dfrac{Qd}{2d-t}$，$E_3=\dfrac{8\pi k}{S}\dfrac{Q(d-t)}{2d-t}$　(4) $W=-\dfrac{2\pi k}{S}\dfrac{Q^2dt}{2d-t}$

详解

(1) 第（1）问：等效电容 电容器分为三部分：1（金属片与上极板之间，面积 $S/2$，间距 x）、2（金属片与下极板之间，面积 $S/2$，间距 $d-x-t$）、3（金属片未覆盖的半边，面积 $S/2$，间距 d）。

$$C_1=\frac{1}{4\pi k}\frac{S}{2x},\quad C_2=\frac{1}{4\pi k}\frac{S}{2(d-x-t)},\quad C_3=\frac{1}{4\pi k}\frac{S}{2d}$$

①。1、2 串联（金属片为中间导体）：$\dfrac{1}{C_{12}}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}$ ②，得 $C_{12}=\dfrac{1}{4\pi k}\dfrac{S}{2(d-t)}$ ③（与插入深度 x 无关）。总电容 $C=C_{12}+C_3$ ④，

$$C=\frac{S}{8\pi k}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{d-t}\right)$$

⑤。

(2) 第（2）问：金属片上表面电量 设 C_{12}、C_3 上电荷量为 Q_{12},Q_3，两支路电压相同：$\dfrac{Q_{12}}{Q_3}=\dfrac{C_{12}}{C_3}=\dfrac{d}{d-t}$ ⑥；上极板总电量 $Q=Q_{12}+Q_3$ ⑦，联立得

$$Q_{12}=\frac{d}{2d-t}Q,\quad Q_3=\frac{d-t}{2d-t}Q$$

⑧。C_1、C_2 串联，金属片上表面电荷与 C_1 下板等值反号，即等于 $-Q_{12}$：金属片上表面所带电量值为 $\dfrac{d}{2d-t}Q$，电性为负。

(3) 第（3）问：三部分场强 C_1 电压 $U_1=\dfrac{Q_{12}}{C_1}$ ⑨，场强 $E_1=\dfrac{U_1}{x}$ ⑩，联立①⑧⑨⑩得

$$E_1=\frac{8\pi k}{S}\frac{Qd}{2d-t}$$

⑪；串联支路中场强与位置无关，$E_2=E_1=\dfrac{8\pi k}{S}\dfrac{Qd}{2d-t}$ ⑫；

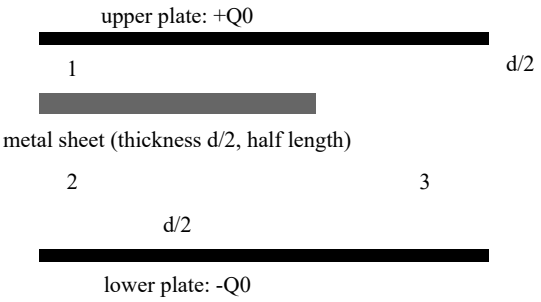
$$E_3=\frac{8\pi k}{S}\frac{Q(d-t)}{2d-t}$$

⑬。

(4) 第（4）问：外力做功 总电量 Q 不变。插入前 $C_0=\dfrac{S}{4\pi kd}$ ⑭，$E_{0能量}=\dfrac{Q^2}{2C_0}$ ⑮；插入后能量 $E_{能量}=\dfrac{Q^2}{2C}$ ⑯，外力做功 $W=E_{能量}-E_{0能量}$ ⑰，联立⑤⑭⑮⑯⑰得

$$W=-\frac{2\pi k}{S}\frac{Q^2dt}{2d-t}$$

⑱。负值表示外力方向与位移方向相反，即电容器对金属片有吸引力，金属片是被吸入的。



题13图：插入金属片后的平行板电容器（区域1、2、3）

14. 计算题

答案 $Q=\dfrac{a^2+al-l^2}{3a^2-l^2}\dfrac{B_0a^2}{R}$

详解

(1) 左框回路的电动势与欧姆定律 撤去磁场过程中，设 t 时刻磁感应强度为 $B(t)$。考虑左框回路 ABCD：$\varepsilon_1=-a^2\dfrac{\mathrm{V}B(t)}{\mathrm{V}t}$ ①（V 为时间增量记号）。左框各边电阻：外框边 BA 阻值 R，内框边 DC 阻值 R，两条竖直交叠边各为 $\dfrac{2l}{a}R$（边长 l 占边长 a 的比例乘以 R……交叠段每边等效电阻 $\dfrac{2l}{a}\cdot\dfrac{R}{2}\times 2$，由欧姆定律展开式②）：

$$\varepsilon_1=\frac{a+2(a-l)}{a}RI_2+\frac{2l}{a}\frac{R}{2}(I_1+I_2)+RI_1$$

②，其中 I_2、I_1 分别是流经外框边 BA 和内框边 DC 的电流。联立①②得

$$(1+\frac{l}{a})RI_1+(3-\frac{l}{a})RI_2=-a^2\frac{\mathrm{V}B(t)}{\mathrm{V}t}$$

③。

(2) 内框重叠回路的方程 考虑由两框内边与上下交叠部分围成的闭合回路 A'B'CD，其面积 $S=la$：$\varepsilon_2=-S\dfrac{\mathrm{V}B(t)}{\mathrm{V}t}$ ④，⑤ $S=la$；欧姆定律

$$\varepsilon_2=RI_1+\frac{2l}{a}\frac{R}{2}(I_1+I_2)+RI_1$$

⑥，联立④⑤⑥得

$$(2+\frac{l}{a})RI_1+\frac{l}{a}RI_2=-la\frac{\mathrm{V}B(t)}{\mathrm{V}t}$$

⑦。

(3) 解电流 联立③⑦解得

$$I_1 = -\frac{(2a-l)l}{3a^2-l^2}\frac{a^2}{2R}\frac{\mathrm{V}B(t)}{\mathrm{V}t}$$

⑧，

$$I_2 = -\frac{(2a^2-l^2)a^2}{(3a^2-l^2)2R}\frac{\mathrm{V}B(t)}{\mathrm{V}t}/a^2\cdot\quad a^2$$

化为

$$I_2 = -\frac{(2a^2-l^2)a^2}{3a^2-l^2}\frac{1}{2R}\frac{\mathrm{V}B(t)}{\mathrm{V}t}$$

⑨。

(4) 流过 A'D 的总电荷量 t 到 $t+\mathrm{V}t$ 内流过重叠边 A'D 横截面的电荷量 $\Delta Q=(I_1+I_2)\mathrm{V}t$ ⑩；由⑧⑨⑩得

$$\Delta Q = -\frac{(a^2+al-l^2)a^2}{(3a^2-l^2)R}\mathrm{V}B(t)$$

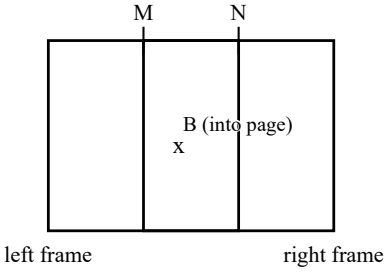
⑪。对撤磁全过程（B 从 B_0 变到 0）积分：

$$Q = -\frac{(a^2+al-l^2)a^2}{(3a^2-l^2)R}(0-B_0)$$

⑫，即

$$Q = \frac{a^2+al-l^2}{3a^2-l^2}\frac{B_0a^2}{R}$$

⑬。量纲核对：$(\mathrm{m}^2\cdot\quad\mathrm{T})/\Omega=\mathrm{C}$，无误。



题14图：两个部分交叠的正方形金属框，重叠段MN

15. 计算题

答案 (1) 第 m 个亮环到 N 的距离 $r = ba\sqrt{\dfrac{mn\lambda}{t(b^2-a^2)}}$ (2) $r_0 = 0.016\ \mathrm{m}$

详解

(1) 第（1）问：光程差 从光源 L 发出的两条可视为平行的光线：一条经上表面 Q 折射到下表面 X 反射后达微粒 P 再漫反射向 O；另一条经 P 漫反射后折射入玻璃达 Y，反射到 Z 再折射向 O。作垂线构等光程辅助线后，LQ 与 LM 等长、MP 与 QR 等光程、PO 与 SO 等光程，故 O 处两光的光程差

$$m\frac{\lambda}{n} = \ |\ \mathrm{RXP} - \mathrm{SYP}\ |$$

①，其中 $\mathrm{RXP} = \mathrm{RX} + \mathrm{XP}$，$\mathrm{SYP} = \mathrm{SY} + \mathrm{YP}$。

(2) 第（1）问：几何近似 平板上下表面平行使 $\beta' = \beta''$ ②，反射定律 $\beta'' = \beta'''$ ③。P 在 N 附近、角很小，由几何关系 $\mathrm{RXP} = \dfrac{2t}{\cos\beta'} - \mathrm{QP}\sin\beta' = \dfrac{2t}{\cos\beta'} - 2t\tan\beta'\sin\beta' = 2t\cos\beta'$ ④；同理 $\mathrm{SYP} = 2t\cos\alpha'$ ⑤。由①④⑤：

$$m\frac{\lambda}{n} \approx 2t\ |\ \cos\alpha' - \cos\beta'\ |$$

⑥。

(3) 第（1）问：折射定律与小角展开 $\sin\beta = n\sin\beta'$ ⑦，$\sin\alpha = n\sin\alpha'$ ⑧。小角近似：

$$\cos\beta' = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\beta}{n^2}} \approx 1 - \frac{\beta^2}{2n^2}$$

⑨，

$$\cos\alpha' \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2n^2}$$

⑩。代入⑥：

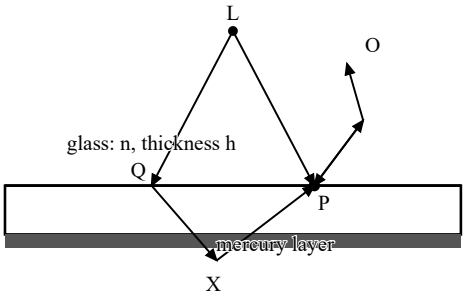
$$m\frac{\lambda}{n} = \frac{t}{n^2}(\beta^2 - \alpha^2)$$

⑪。注意到 $\alpha = \dfrac{r}{b}$、$\beta = \dfrac{r}{a}$，解得

$$r = ba\sqrt{\frac{mn\lambda}{t(b^2-a^2)}}$$

⑫。

(4) 第（2）问：数值 代入 $n = 1.63$，$a = 0.0495\ \mathrm{m}$，$b = 0.245\ \mathrm{m}$，$t = 1.1\times10^{-5}\ \mathrm{m}$，$\lambda = 680\ \mathrm{nm}$，$m = 1$：$ba = 0.012075\ \mathrm{m}^2$，$b^2 - a^2 = 0.060025 - 0.002450 = 0.057575\ \mathrm{m}^2$，分子 $mn\lambda = 1\times1.63\times680\times10^{-9} = 1.1084\times10^{-6}\ \mathrm{m}$。$\dfrac{mn\lambda}{t(b^2-a^2)} = \dfrac{1.1084\times10^{-6}}{1.1\times10^{-5}\times0.057575} = \dfrac{1.1084\times10^{-6}}{6.333\times10^{-7}} = 1.750$。$r_0 = 0.012075\times\sqrt{1.750} = 0.012075\times1.3229 = 0.01597\ \mathrm{m} \approx 0.016\ \mathrm{m}$ ⑬。



题15图：灰尘反射镜干涉的两条相干光路

16. 计算题

答案 ⑴ 各水面变化与 L_b 见解析式④—⑧；⑵ $x \ll L_0$、$L_a \ll L_0$ 时 $\Delta h_{1L} \approx \frac{3}{4}x$，$\Delta h_{1R} = \Delta h_{2R} \approx \frac{1}{4}x$，$\Delta h_{2L} \approx -\frac{1}{4}x$

详解

(1) 第（1）问：解法（一）基本方程 添水前左、右两个 U 形管两边水面高度分别为 h_1、h_2；添水后为 h_{1L}, h_{1R} 和 h_{2L}, h_{2R}。水不可压缩：

$$2h_1 + x = h_{1L} + h_{1R}$$

①，

$$2h_2 = h_{2L} + h_{2R}$$

②。力学平衡：

$$P_0 + \rho g h_{1L} = P + \rho g h_{1R}$$

③，

$$P_0 + \rho g h_{2R} = P + \rho g h_{2L}$$

④。连通管中间高度不变：

$$h_1 + h_2 + L_a = h_{1R} + h_{2L} + L_b$$

⑤。玻意耳定律：

$$P_0 L_a = P L_b$$

⑥。

(2) 第（1）问：解出 P 与 L_b 联立①—⑥，P 满足 $\frac{L_0}{P_0}P^2+(L_a-L_0-\frac{x}{2})P-P_0L_a=0$，解得

$$P=\frac{P_0}{2L_0}\{L_0-L_a+\frac{x}{2}+\sqrt{(L_a-L_0-\frac{x}{2})^2+4L_aL_0}\}$$

⑦；代入⑥

$$L_b=\frac{1}{2}\{L_a-L_0-\frac{x}{2}+\sqrt{(L_a-L_0-\frac{x}{2})^2+4L_aL_0}\}$$

⑧。

(3) 第（1）问：各水面变化（封闭空气柱长 L_b） 各水面变化

$$\Delta h_{1L}=\frac{5x-2L_a-2L_0}{8}+\frac{1}{4}\sqrt{(L_a-L_0-\frac{x}{2})^2+4L_aL_0}$$

⑨，

$$\Delta h_{1R}=\frac{3x+2L_a+2L_0}{8}-\frac{1}{4}\sqrt{(L_a-L_0-\frac{x}{2})^2+4L_aL_0}$$

⑩，

$$\Delta h_{2L}=\frac{2L_a+2L_0-x}{8}-\frac{1}{4}\sqrt{(L_a-L_0-\frac{x}{2})^2+4L_aL_0}$$

⑪，

$$\Delta h_{2R}=-\Delta h_{2L}=\frac{x-2L_a-2L_0}{8}+\frac{1}{4}\sqrt{(L_a-L_0-\frac{x}{2})^2+4L_aL_0}$$

⑫。

(4) 第（2）问：小量近似 $x\ll L_0$ 且 $L_a\ll L_0$ 时，由⑧ $L_b\approx L_a$ ⑬，⑦成为 $P\approx P_0(1+\frac{x}{2L_0})$ ⑭。代入⑨—⑫并用 $\sqrt{1+z}\approx 1+\frac{z}{2}$：

$$\Delta h_{1L}\approx\frac{3}{4}x$$

⑮，

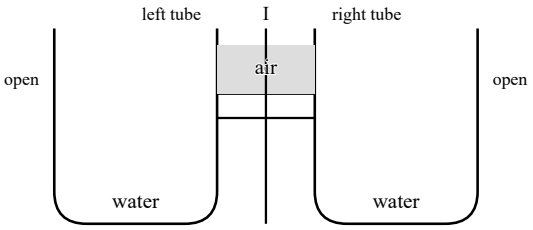
$$\Delta h_{1R}=\Delta h_{2R}\approx\frac{1}{4}x\quad(\Delta h_{2L}\approx-\frac{1}{4}x)$$

⑯。即左侧水面上升 $\frac{3}{4}x$，其余三个水面各变动 $\frac{1}{4}x$。

(5) 验证（解法二要点） 另设 U 形管 1 左、右水面比初态上升 $\frac{x}{2}+y$、$\frac{x}{2}-y$，U 形管 2 左侧下降 y、右侧上升 y，玻意耳定律 $L_aL_0 = L_b(L_0+2y)$，几何关系 $L_a - \frac{x}{2} + 2y = L_b$，联立解得

$$y = \frac{x}{8} - \frac{L_0}{4} - \frac{L_a}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{(L_0 + L_a - \frac{x}{2})^2 + 2xL_0}$$

④′，与解法（一）⑨—⑫式等价；小量极限下同样给出 $y \to \frac{x}{4}$，即 $\Delta h_{1L} = \frac{x}{2}+y \to \frac{3x}{4}$、$\frac{x}{2}-y \to \frac{x}{4}$，两法一致，结果自洽。



题16图：三段U形管连通装置，中部竖管封有空气

逐光知理 · 竞赛答案册 · 易错点速查

第33届全国中学生物理竞赛预赛 · 易错点速查

补在原册之后：原册答案与详解未作任何改动

共 6 条 · 绑定本卷题号

只挑本卷最容易失分的动作，按「错法 / 机理 / 正解」三段写，题号与原册一致；公式沿用原册口径。

第 7 题

错法 把反相波源的相长条件写成程差为波长整数倍 $\Delta r = k\lambda$；或只数 AB 内侧点，漏掉两外侧程差恒定的区域；把波源自身位置也算作相长点。

机理 两源相位差 π，相长要求两振动相位差为 2π 整数倍，即程差为半波长奇数倍 $\Delta r = (2k+1)\lambda/2$，与同相源条件正好相反。外侧区域到两源程差恒等于 AB 间距，不随位置改变，整段外侧要么全相长要么全相消；波源自身位置受源附近条件限制，标准计数不取。

正解 内侧解 $|2d - 18| = (2k+1) \times 6\,\mathrm{m}$；外侧程差恒为 $18\,\mathrm{m} = 3 \times 6\,\mathrm{m}$，属奇数倍半波长，两侧各有一个相长点；合计连线上四点加外侧两点共 6 个。各点到 A 的距离以卷面数据表为准。

第 8 题

错法 顺接、反接总自感都写成 $L_1 + L_2$；或反接时互感项写成 $-M$ 而非 $-2M$；不检查反接后总自感是否非负。

机理 两线圈串联时，每个线圈的磁链除自感部分外还叠加另一线圈电流产生的互感磁链，互感在总磁链中出现两份，故互感项系数为 $2M$。顺接电流同向、互感磁链与自感同向，加 $2M$；反接绕向相反，互感磁链反向，减 $2M$。反接后总自感仍须非负，由 $M \le \sqrt{L_1 L_2}$ 保证。

正解 顺接 $L_{\text{顺}} = L_1 + L_2 + 2M$；反接 $L_{\text{反}} = L_1 + L_2 - 2M$；先由同名端判断顺、反接，再代互感符号，不要把两份互感漏掉一份。

第 9 题

错法 两种高度情形都套地面单摆公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$，g 一律取 GM/R^2；或 $L \gg R$ 时仍以杆长 L 为等效摆长。

机理 摆点处引力加速度随到地心距离变化：$L \ll R$ 时摆球到地心距离近似 $R + L$，$g' = GM/(R+L)^2 \approx GM/R^2$，摆长为杆长 L；$L \gg R$ 时摆长尺度远大于球面尺度，摆球受指向地心的引力，切向回复力对应的等效摆长趋于地心到摆球距离，等效于绕地心的单摆，不能再用杆长。

正解 $L \ll R$ 时 $T = 2\pi\sqrt{LR^2/(MG)}$；$L \gg R$ 时 $T = 2\pi\sqrt{R^3/(MG)}$；两式量纲均为 s，回代核对后再选对应极限。

第 10 题

错法 直接用 μ子质量 $206.8m_e$ 代替约化质量代入玻尔能级；或把氢原子 13.6 eV 直接乘 206.8；跃迁态序把第二激发态当成 $n = 2$。

机理 两体系统能级由约化质量 $\mu = m_\mu m_p/(m_\mu + m_p)$ 决定，μ子质量虽大但质子质量有限，约化质量小于 μ子质量；本题 $\mu \approx 185.9m_e$，不是 $206.8m_e$。玻尔能级与约化质量成正比。第二激发态是 $n = 3$，第一激发态是 $n = 2$，跃迁为 3→2。

正解 先算约化质量 $\mu = \frac{206.8\times1836}{206.8+1836}m_e \approx 185.9m_e$；基态电离能 $185.9 \times 13.605\,\mathrm{eV} \approx 2530\,\mathrm{eV}$；3→2 跃迁 $\Delta E = 185.9 \times 13.605 \times (1/2^2 - 1/3^2)\,\mathrm{eV} \approx 3513\,\mathrm{eV}$，波长 $\lambda = hc/\Delta E \approx 35.29\,\text{Å}$。

第 11 题 · 第(2)问

错法　列完拦截方程只检查判别式非负就下结论；或不要求拦截时间 $t>0$、不检查 $\sin\theta$ 取值在 $[-1,1]$、不要求拦截点在球到达 B 之前。

机理　拦截是几何加运动学双重约束：一元二次方程有实根只代表数学上存在交点；还须 $t>0$（运动员在球到 B 之前拦截）、方向角满足 $-1\le\sin\theta\le1$、且拦截点未越过 B。任一条件不满足，方程的根在物理上都不可实现。

正解　联立几何投影关系得关于 t 的二次方程；判别式非负给出 $u\le v\sqrt{1+4l^2/s^2}$，再叠加 $u>v$、$t>0$、$\sin\theta$ 有界与拦截点位置约束；临界等号成立时只有一个拦截点。

第 13 题 · 第(1)(2)(3)问

错法　把三部分电容全部按并联相加；或认为金属片上表面电荷与下板同号；认为串联支路内场强随极板间距变化。

机理　区域 1、2 夹金属片构成串联（金属片为中间导体），再与未覆盖半边的区域 3 并联；串联电容电量相同、电压分摊，不是电量相加。金属片上表面电荷与区域 1 下板等值反号，电性为负。串联支路中场强由共同电量决定，与极板间距无关，区域 1、2 场强相等。

正解　先算串联等效电容 C_{12}，再 $C=C_{12}+C_3$，得 $C=\frac{S}{8\pi k}\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d-t_1}\right)$；由两支路电压相同分配电量，$Q_{12}=Q\frac{d}{2d-t}$；三场强分别为 $E_1=E_2=\frac{Qd}{8\pi kS(2d-t)}$、$E_3=\frac{Q(d-t)}{8\pi kS(2d-t)}$。