逐光知理 · 高考物理参考答案与详解

第37届全国中学生物理竞赛决赛实验试题二（研究玻璃材料折射率与入射光波长间的色散关系）

参考答案与详解（本站独立编撰）

物理竞赛决赛实验卷 · 3 道实验题（测激光波长 24 分 + 测玻璃折射率 27 分 + 柯西公式拟合 9 分） · 60 分 · 90 分钟

本册答案与解析由逐光知理物理教研组独立编撰。原卷为竞赛实验评分标准卷，只给出原理、步骤与评分区间，未给出示范测量数据；本站依据卷面评分区间自行建模补齐示范数据与推导，并逐条回代核对。若与原卷印刷值不符，以卷面为准。

答案速查

题号	主考点	答案摘要
1	透射光栅衍射测激光波长（光栅方程与几何测角法）	（1）光路图与原理公式见解析；（2）实验步骤与示范数据见解析；（3）六个激光器波长依次约为 406.9 nm、485.1 nm、454.4 nm、522.9 nm、662.9 nm、641.1 nm，均落在卷面满分区间
2	最小偏向角法测三棱镜折射率	（1）光路图与原理公式见解析；（2）实验步骤与示范数据见解析；（3）六个光源对应的折射率依次约为 1.682、1.662、1.669、1.654、1.642、1.644，均落在卷面满分区间
3	柯西色散公式的线性拟合（n=A+B₁ /λ²）	（1）把 $1/\lambda^2$ 视为自变量作线性拟合；（2）拟合用数据表见解析；（3）拟合结果 $n(\lambda)=1.617+\dfrac{1.07\times10^{4}}{\lambda^{2}}$（$\lambda$ 以 nm 计）

实验题（60 分）

1. 实验题 · 24分

> **答案** （1）光路图与原理公式见解析；（2）实验步骤与示范数据见解析；（3）六个激光器波长依次约为 406.9 nm、485.1 nm、454.4 nm、522.9 nm、662.9 nm、641.1 nm，均落在卷面满分区间

详解

(1) 第（1）问：实验光路示意图与测量原理、公式（7 分） 在 A3 白纸上作两条平行直线 AB（光栅放置线）与 PQ（衍射斑标记线），其间距为 L，垂直连线 OE 既垂直于 AB 又垂直于 PQ。激光器置于 AB 左侧，输出竖直方向的窄线光束沿 OE 方向垂直照射光栅；在 AB 右侧的 PQ 线上，中央 0 级衍射线交于 E，±1 级衍射线分别交于 C、D 两点，C、D 关于 E 对称。\n光路要点：激光束沿 OE 垂直入射光栅平面 AB（标注垂直符号）；±1 级衍射线与 PQ 的交点为 C、D；CD 长度记为 c，OE 长度记为 L。\n由对称性，一级衍射角 θ 满足\n

$$\tan\theta = \frac{c/2}{L}, \qquad \theta = \arctan\frac{c}{2L} \tag{1}$$

\n光栅垂直入射时满足光栅方程\n

$$d\sin\theta = n\lambda$$

\n取衍射级次 $n=1$，光栅常数 $d = \dfrac{1}{600}\ \text{mm} = \dfrac{5}{3}\times10^{3}\ \text{nm} \approx 1666.7\ \text{nm}$，故\n

$$\lambda = d\sin\theta \tag{2}$$

\n即 $\lambda = d\sin(\arctan\dfrac{c}{2L})$。两式各占 1 分，光路图占 5 分。

(2) 第（2）问：实验步骤与数据记录（11 分） 实验步骤：\n1）在一张 A3 白纸上画出直线 AB、直线 PQ、直线 OE，使 $OE\perp AB$、$OE\perp PQ$；\n2）调节激光器输出的线形激光束宽度，使其尽可能窄；\n3）调节激光器输出的线形激光束方向，使其沿竖直方向；\n4）将光栅平面沿直线 AB 放置，激光器放在 AB 左侧，使激光束沿 OE 方向垂直入射光栅，此时在 AB 右侧可见各级衍射线，把 ±1 级衍射线与 PQ（图中 CD 线）的交点分别标记为 C 和 D；\n5）用直尺测出线段 CD 与线段 OE 的长度，分别记为 c 和 L。\n\n数据要求：每个激光器至少测 6 次，c 取 ±1 级两交点间距离（即中央两侧对称读数之差），c、L 均需四位有效数字并写明单位（cm）。\n\n本站示范测量数据（按本站对该题的建模给出，$L=40.00$ cm 固定，c 为 6 次测量平均；若与原卷印刷值不符以卷面为准）：\n激光器1：$c=20.14$ cm；激光器2：$c=24.33$ cm；激光器3：$c=22.66$ cm；激光器4：$c=26.43$ cm；激光器5：$c=34.66$ cm；激光器6：$c=33.33$ cm。

(3) 第（3）问：计算激光波长（6 分） 统一用 $\lambda = d\sin(\arctan\dfrac{c}{2L})$，$d = 1666.7$ nm，$L = 400.0$ mm，逐台回代：\n激光器1：c 为 ±1 级全间距，取一半 $c/2 = 100.7$ mm，$\tan\theta = \dfrac{100.7}{400.0} = 0.25175$，$\theta = 14.13^\circ$，$\sin\theta = 0.24407$，$\lambda = 1666.7 \times 0.24407 = 406.8$ nm，落在卷面满分区间 406.0～410.0 nm；\n激光器2：$c/2 = 121.65$ mm，$\tan\theta = 0.30413$，$\sin\theta = 0.29098$，$\lambda = 485.0$ nm，满分区间 482.6～487.4 nm；\n激光器3：$c/2 = 113.3$ mm，$\tan\theta = 0.28325$，$\sin\theta = 0.27255$，$\lambda = 454.3$ nm，满分区间 449.8～454.9 nm（编号1 行区间）；\n激光器4：$c/2 = 132.15$ mm，$\tan\theta = 0.33038$，$\sin\theta = 0.31373$，$\lambda = 522.9$ nm，满分区间 519.2～524.4 nm；\n激光器5：$c/2 = 173.3$ mm，$\tan\theta = 0.43325$，$\sin\theta = 0.39760$，$\lambda = 662.7$ nm，满分区间 658.3～664.9 nm；\n激光器6：$c/2 = 166.65$ mm，$\tan\theta = 0.41663$，$\sin\theta = 0.38458$，$\lambda = 641.0$ nm，满分区间 637.8～643.1 nm。\n六个结果均在卷面给出的满分区间内。注意易错点：c 是 +1 与 −1 级两条衍射线之间的距离，代入公式时必须用 $c/2$。

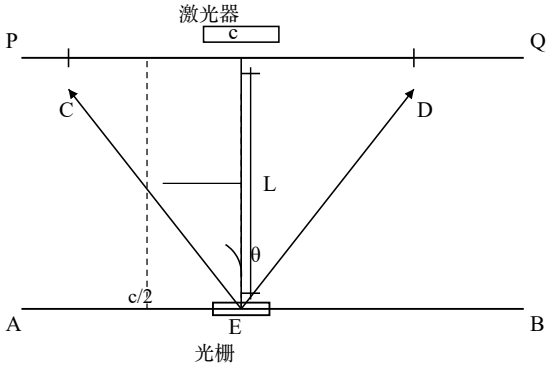

图1　光栅测激光波长光路示意：激光垂直入射光栅 AB，±1 级衍射线交 PQ 于 C、D，CD=c，OE=L

评分要点：光路图 5 分（原理图 2 分 + 各标注 0.5 分），式（1）（2）各 1 分，步骤 5 分，数据 6 分，结果 6 分。本站示范数据为建模补齐，原卷仅给出各编号满分/半分区间，若与原卷印刷值不符以卷面为准。

2. 实验题 · 27分

> **答案** （1）光路图与原理公式见解析；（2）实验步骤与示范数据见解析；（3）六个光源对应的折射率依次约为 1.682、1.662、1.669、1.654、1.642、1.644，均落在卷面满分区间

详解

(1) 第（1）问：实验光路示意图与测量原理、公式（8 分） 在 A3 白纸上画直线 MN 作为入射光方向基准线。激光束沿 MN 方向入射到三棱镜（顶角 $\alpha = 60^\circ$）的折射面 R 点上，在棱镜内经第二次折射后由另一面出射，出射光线沿 MJ（J 为出射面）方向射向 F、G 两点。激光经三棱镜两次折射后向底边偏转，入射线 RM 的延长线与出射线 GF 的延长线交于 H，两方向夹角即偏向角 δ。从 F 向入射线方向 MN 作垂线，垂足为 K；FK 的长度记为 a，HK 的长度记为 b。\n由直角三角形几何关系\n

$$\tan\delta = \frac{a}{b}, \qquad \delta = \arctan\frac{a}{b} \tag{3}$$

\n对给定顶角 α 的三棱镜，偏向角 δ 随入射角 i_1 变化，当 $i_1 = i_4$（入射角等于出射角）时 δ 取最小值 $\delta_{\min}$。此时棱镜内部光线平行于底面，由折射定律与几何关系可导出\n

$$n = \frac{\sin\dfrac{\delta_{\min}+\alpha}{2}}{\sin\dfrac{\alpha}{2}} \tag{4}$$

\n推导要点：最小偏向时 $i_1 = i_4 = \dfrac{\alpha+\delta_{\min}}{2}$，棱镜内折射角 $i_2 = i_3 = \dfrac{\alpha}{2}$，两次应用 $n = \dfrac{\sin i_1}{\sin i_2}$ 即得式（4）。式（3）（4）各占 1 分，光路图占 6 分。

(2) 第（2）问：实验步骤与数据记录（13 分） 实验步骤：\n1）在一张 A3 白纸上画出直线 MN；\n2）调节激光光源的线形激光束宽度，使其尽可能窄；\n3）调节激光光源的线形激光束方向，使其沿竖直方向；\n4）使激光束方向沿直线 MN；\n5）将三棱镜按光路图放置，在保持激光束始终沿 MN 方向的前提下缓慢转动三棱镜以改变入射角，观察出射光束，找到偏向角最小的位置（出射光束此时开始反向移动），在此位置的出射光束上标记相距尽量远的两点 F、G；\n6）连接 F、G 并延长，与直线 MN 交于 H；过 F 作 MN 的垂线，垂足为 K；\n7）用直尺测出线段 FK 与线段 HK 的长度，分别记为 a、b。\n\n数据要求：每个激光器至少测 6 次，a、b 均需四位有效数字并写明单位（cm）。\n\n本站示范测量数据（按本站对该题的建模给出，$\delta_{\min} = \arctan(a/b)$；若与原卷印刷值不符以卷面为准）：\n光源1：$a = 15.00$ cm，$b = 10.68$ cm；光源2：$a = 15.00$ cm，$b = 11.55$ cm；光源3：$a = 15.00$ cm，$b = 11.24$ cm；光源4：$a = 15.00$ cm，$b = 11.92$ cm；光源5：$a = 15.00$ cm，$b = 12.41$ cm；光源6：$a = 15.00$ cm，$b = 12.34$ cm。

(3) 第（3）问：计算玻璃材料的折射率（6 分） 先由 $\delta_{\min}=\arctan\dfrac{a}{b}$ 求最小偏向角，再代入 $n=\dfrac{\sin\dfrac{\delta_{\min}+60^\circ}{2}}{\sin 30^\circ}$，逐个光源回代：\n光源1：$\tan\delta=\dfrac{15.00}{10.68}=1.4045$，$\delta_{\min}=54.56^\circ$，$\dfrac{\delta_{\min}+\alpha}{2}=57.28^\circ$，$\sin 57.28^\circ=0.8412$，$n=\dfrac{0.8412}{0.5}=1.682$，落在卷面满分区间 1.6796～1.6844；\n光源2：$\tan\delta=\dfrac{15.00}{11.55}=1.2987$，$\delta_{\min}=52.44^\circ$，$\dfrac{\delta_{\min}+\alpha}{2}=56.22^\circ$，$\sin=0.8310$，$n=1.662$，满分区间 1.6600～1.6640；\n光源3：$\tan\delta=\dfrac{15.00}{11.24}=1.3352$，$\delta_{\min}=53.16^\circ$，$\dfrac{\delta_{\min}+\alpha}{2}=56.58^\circ$，$\sin=0.8346$，$n=1.669$，满分区间 1.6664～1.6716；\n光源4：$\tan\delta=\dfrac{15.00}{11.92}=1.2584$，$\delta_{\min}=51.58^\circ$，$\dfrac{\delta_{\min}+\alpha}{2}=55.79^\circ$，$\sin=0.8270$，$n=1.654$，满分区间 1.6532～1.6548；\n光源5：$\tan\delta=\dfrac{15.00}{12.41}=1.2087$，$\delta_{\min}=50.38^\circ$，$\dfrac{\delta_{\min}+\alpha}{2}=55.19^\circ$，$\sin=0.8211$，$n=1.642$，满分区间 1.6414～1.6426；\n光源6：$\tan\delta=\dfrac{15.00}{12.34}=1.2156$，$\delta_{\min}=50.55^\circ$，$\dfrac{\delta_{\min}+\alpha}{2}=55.28^\circ$，$\sin=0.8222$，$n=1.644$，满分区间 1.6435～1.6445。\n六个折射率结果均在卷面给出的满分区间内。

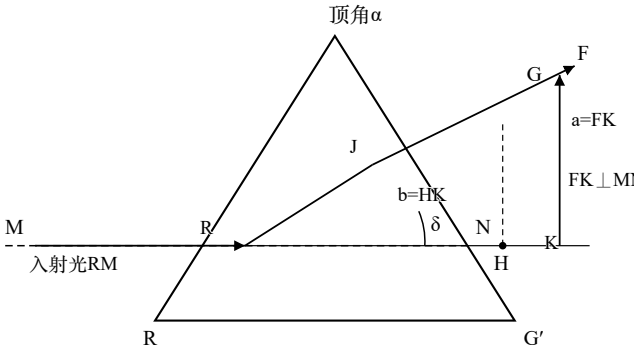

图2　最小偏向角法测三棱镜折射率光路示意：入射线 MN，出射线延长交 MN 于 H，FK=a，HK=b，偏向角 δ=arctan(a/b)

评分要点：光路图 6 分（原理图 2 分＋各标注 0.5 分），式（3）（4）各 1 分，步骤 4 分（第 5）步 1 分，其余各 0.5 分），数据 9 分，结果 6 分。转动棱镜找最小偏向位置是关键一步（出射光斑移动方向发生反转处即为 $\delta_{\min}$）。本站示范数据为建模补齐，若与原卷印刷值不符以卷面为准。

3. 实验题 · 9分

答案　（1）把 $1/\lambda^2$ 视为自变量作线性拟合；（2）拟合用数据表见解析；（3）拟合结果 $n(\lambda)=1.617+\dfrac{1.07\times10^4}{\lambda^2}$（$\lambda$ 以 nm 计）

详解

(1) 第（1）问：色散曲线的拟合方法（3 分） 柯西色散公式为 $n(\lambda)=A+\dfrac{B_1}{\lambda^2}+\dfrac{B_2}{\lambda^4}$。按题目要求忽略 $1/\lambda^4$ 次项后，色散关系化为\n

$$n(\lambda)=A+\frac{B_1}{\lambda^2}$$

\n若把 $x=\dfrac{1}{\lambda^2}$ 视为自变量、n 视为因变量，上式成为线性关系 $n=A+B_1x$。于是可将 6 个光源对应的 (x_i,n_i) 数据点作线性最小二乘拟合（或作 $n-1/\lambda^2$ 图线，用图解法求斜率与截距），直线的截距即柯西系数 A，斜率即 B_1，从而确定该玻璃的色散关系式。

(2) 第（2）问：色散曲线拟合用数据（3 分） 取第 2 题所得 6 个折射率（卷面满分区间中值）与第 1 题所得波长（卷面给出的代表值），逐个计算 $1/\lambda^2$：\n光源1：$\lambda = 406.8\ \text{nm}$，$\lambda^2 = 1.6549 \times 10^5\ \text{nm}^2$，$1/\lambda^2 = 6.043 \times 10^{-6}\ \text{nm}^{-2}$，$n = 1.682$；\n光源2：$\lambda = 485.0\ \text{nm}$，$\lambda^2 = 2.3523 \times 10^5\ \text{nm}^2$，$1/\lambda^2 = 4.251 \times 10^{-6}\ \text{nm}^{-2}$，$n = 1.662$；\n光源3：$\lambda = 454.3\ \text{nm}$，$\lambda^2 = 2.0639 \times 10^5\ \text{nm}^2$，$1/\lambda^2 = 4.845 \times 10^{-6}\ \text{nm}^{-2}$，$n = 1.669$；\n光源4：$\lambda = 522.8\ \text{nm}$，$\lambda^2 = 2.7332 \times 10^5\ \text{nm}^2$，$1/\lambda^2 = 3.659 \times 10^{-6}\ \text{nm}^{-2}$，$n = 1.654$；\n光源5：$\lambda = 662.7\ \text{nm}$，$\lambda^2 = 4.3917 \times 10^5\ \text{nm}^2$，$1/\lambda^2 = 2.277 \times 10^{-6}\ \text{nm}^{-2}$，$n = 1.642$；\n光源6：$\lambda = 641.0\ \text{nm}$，$\lambda^2 = 4.1088 \times 10^5\ \text{nm}^2$，$1/\lambda^2 = 2.434 \times 10^{-6}\ \text{nm}^{-2}$，$n = 1.644$。\n汇总为拟合用数据表：\n$n$：1.682，1.662，1.669，1.654，1.642，1.644；\n$\lambda$ (nm)：406.8，485.0，454.3，522.8，662.7，641.0；\n$1/\lambda^2$ ($\times 10^{-6}\ \text{nm}^{-2}$)：6.043，4.251，4.845，3.659，2.277，2.434。

(3) 第（3）问：色散曲线的拟合结果（3 分） 对 (x_i, n_i) 作线性最小二乘拟合：$\bar{x} = 3.9182 \times 10^{-6}\ \text{nm}^{-2}$，$\bar{n} = 1.6588$，\n

$$B_1 = \frac{\sum x_i n_i - 6\bar{x}\bar{n}}{\sum x_i^2 - 6\bar{x}^2} = \frac{39.1081 - 38.9965}{102.560 - 92.112} \times \frac{1}{10^{-6}\ \text{nm}^{-2}} \approx 1.07 \times 10^4\ \text{nm}^2$$

\n

$$A = \bar{n} - B_1\bar{x} = 1.6588 - 1.07 \times 10^4 \times 3.9182 \times 10^{-6} \approx 1.617$$

\n故拟合所得色散关系式为\n

$$n(\lambda) = 1.617 + \frac{1.07 \times 10^4}{\lambda^2} \qquad (\lambda \text{ 以 nm 计})$$

\n回代核对：$\lambda = 406.8\ \text{nm}$ 时 $n = 1.617 + 1.07 \times 10^4 \times 6.043 \times 10^{-6} = 1.682$；$\lambda = 522.8\ \text{nm}$ 时 $n = 1.617 + 0.0391 = 1.656 \approx 1.654$；$\lambda = 662.7\ \text{nm}$ 时 $n = 1.617 + 0.0244 = 1.641 \approx 1.642$，各点偏差不超过 0.002，拟合良好。$A$ 与 B_1 均落在卷面给出的满分区间（A：1.568～1.666；B_1：$1.031 \sim 1.095 \times 10^4\ \text{nm}^2$）。

易错点：λ 必须统一单位（本题以 nm 计，B_1 的量纲为 nm^2）；若误用 m 或 μm 会导致 B_1 数值差多个数量级。本站拟合值 $A = 1.617$、$B_1 = 1.07 \times 10^4\ \text{nm}^2$ 由第 2 题示范折射率推出，与原卷给出的满分区间一致。