逐光知理 · 高考物理参考答案与详解

# 第38届全国中学生物理竞赛决赛实验考试 试题二：测试同轴电缆的等效电路参数

参考答案与详解（本站独立编撰）

决赛实验试题二 · 2A1 – 2A4（共8分）+ 2B1 – 2B5（共32分） · 合计40分

本册答案与解析由逐光知理物理教研组独立编撰：先依据传输线理论独立建模，再对卷面给出的示波器波形图逐格读数、自行列表拟合与回代验算。全部结论均为本站自推，若个别数值与原卷印刷值不符，以卷面为准。题2B1的四个待判断说法印在答题纸上、卷面未完整给出，该题按本站对图6波形的物理分析作答并已列入存疑。

## 答案速查

| 题号 | 主考点 | 答案摘要 |
|---|---|---|
| 2A1 | 低频下同轴电缆等效电容的测量电路 | 信号源—交流电阻$R_1$—待测电缆（末端开路）串联回路；交流电压表1并在$R_1$两端测$U_{R1}$，交流电压表2并在电缆始端两端测$U_{C1}$ |
| 2A2 | 等效电容C1的表达式推导 | $C_1=\dfrac{U_{R1}}{2\pi f_0 R_1 U_{C1}}$ |
| 2A3 | 低频下同轴电缆等效电感的测量电路 | 信号源—交流电阻$R_2$—待测电缆（末端短路）串联回路；交流电压表1并在$R_2$两端测$U_{R2}$，交流电压表2并在电缆始端两端测$U_{L1}$ |
| 2A4 | 等效电感L1的表达式推导 | $L_1=\dfrac{U_{L1}R_2}{2\pi f_0 U_{R2}}$ |
| 2B1 | 图6脉冲波形的定性判断 | ②③④ |
| 2B2 | 台阶电压通项与相邻台阶电压差 | $V_{g,N}=V_{g1}\left[1+(1+\Gamma_1)+(1+\Gamma_1)\Gamma_1+\cdots+(1+\Gamma_1)\Gamma_1^{N-2}\right]$，$\Delta V_{g,N}=V_{g,N}-V_{g,N-1}=V_{g1}\Gamma_1^{N-2}(1+\Gamma_1)=\dfrac{1-\Gamma_1^2}{2}\Gamma_1^{N-2}V_0$ $(N\geq 2)$ |
| 2B3 | 由台阶时间间隔求波速vp | 拟合 $t=0.0566N-0.0049\ \mu s$，斜率 $2l/v_p=0.0566\ \mu s$，$v_p=1.77\times10^8$ m/s $=0.590c$ |
| 2B4 | 由台阶电压衰减求始端反射系数Γ1 | 拟合斜率 $\ln\Gamma_1$，本站得始端反射系数 $\Gamma_1\approx0.909$（合格区间 0.886 ~ 0.952） |
| 2B5 | 特征阻抗Z0与单位长度L、C的计算 | 由（5）式反解 $Z_0=(R_0+R_g)\dfrac{1-\Gamma_1}{1+\Gamma_1}\approx50.1\ \Omega$；$l_L=Z_0/v_p\approx0.283\ \mu$H/m；$l_C=1/(Z_0v_p)\approx113$ pF/m |

## A 部分　用低频正弦信号测量同轴电缆的等效电容与等效电感（8分）

### 2A1. 实验题 · 2分

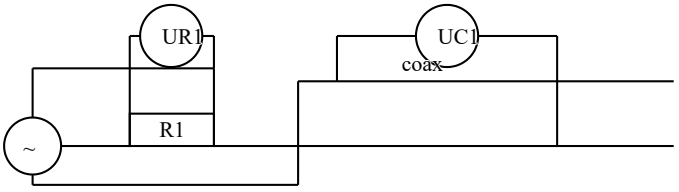
**答案** 信号源—交流电阻$R_1$—待测电缆（末端开路）串联回路；交流电压表1并在$R_1$两端测$U_{R1}$，交流电压表2并在电缆始端两端测$U_{C1}$

**详解**

**(1) 第（1）步：明确低频等效模型** 频率$f_0$很低、波长远大于电缆长度$l = 5.00$ m时，整条电缆近似为图2的集总等效电路：等效电感$L_1$串联在回路中，等效电容$C_1$并联在输出端，且满足（1）式 $\dfrac{1}{2\pi f_0 C_1} \gg 2\pi f_0 L_1$。本站建模指出：此时容抗远小于感抗，电缆对外主要表现为一个并联在中心导体与外层导体之间的电容$C_1$，串联的$L_1$可近似忽略。

**(2) 第（2）步：设计测量电路** 把信号源、交流电阻$R_1$与待测电缆（末端开路）接成串联回路；交流电压表1接在$R_1$两端读取有效值$U_{R1}$，交流电压表2接在电缆始端（即$C_1$两端）读取$U_{C1}$。流过$R_1$的电流即近似全部流入$C_1$的电流。

**(3) 第（3）步：电路自检** 两表均测有效值，内阻需远大于被测阻抗；$R_1$取值应使$U_{R1}$与$U_{C1}$都处于合适量程。本站解得：回路电流$I = U_{R1}/R_1$，电容电流$I_C = 2\pi f_0 C_1 U_{C1}$，二者相等，即为2A2表达式的来源。




本站绘制：2A1测等效电容C1的电路（信号源串R1，电压表1测UR1，电压表2测电缆两端UC1，电缆末端开路）

### 2A2. 实验题 · 2分

**答案** $C_1 = \dfrac{U_{R1}}{2\pi f_0 R_1 U_{C1}}$

**详解**

**(1) 推导** 由2A1电路，回路电流的有效值 $I = \dfrac{U_{R1}}{R_1}$（电压表内阻取流可忽略）。低频下电缆近似为纯电容$C_1$，流过它的电流为 $I_C = \omega C_1 U_{C1} = 2\pi f_0 C_1 U_{C1}$。

**(2) 联立求解** 稳态时 $I = I_C$，即 $\dfrac{U_{R1}}{R_1} = 2\pi f_0 C_1 U_{C1}$，解得

$$C_1 = \frac{U_{R1}}{2\pi f_0 R_1 U_{C1}}.$$

本站解得式中各量均可由两台交流电压表与信号源频率读出。注意频率项须写成 $2\pi f_0$；若写成 $\omega_0$ 或 $\omega$ 而未定义，按卷面要求会失分。

## 2A3. 实验题 · 2分

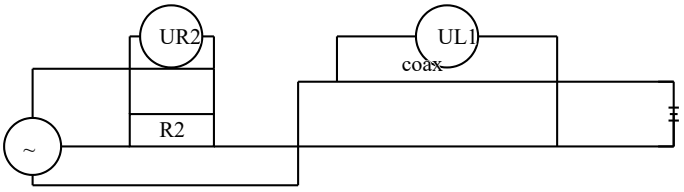
> **答案** 信号源—交流电阻$R_2$—待测电缆（末端短路）串联回路；交流电压表1并在$R_2$两端测$U_{R2}$，交流电压表2并在电缆始端两端测$U_{L1}$

### 详解

**(1) 第（1）步：换一种工作状态使$L_1$主导** 要测串联的等效电感$L_1$，须使感抗远大于容抗，即 $2\pi f_0 L_1 \gg \dfrac{1}{2\pi f_0 C_1}$（把（1）式的条件反过来，选择较高的$f_0$满足）。此时并联的$C_1$近似视为短路，电缆表现为串接在中心导体回路中的电感$L_1$。

**(2) 第（2）步：末端短路并接线** 把电缆末端中心导体与外层导体短接，使回路电流经由$L_1$构成通路；信号源经交流电阻$R_2$接到电缆始端，电压表1测$R_2$上电压$U_{R2}$，电压表2并在电缆始端（即$L_1$两端）测$U_{L1}$。

**(3) 第（3）步：电路自检** 本站建模：回路电流 $I = U_{R2}/R_2$，电感电压 $U_{L1} = 2\pi f_0 L_1 I$，二者联立即得2A4的表达式。选频时还需 $2\pi f_0 L_1$ 远大于电压表在测量频率下的等效输入阻抗影响可忽略的范围，保证读数可信。




本站绘制：2A3测等效电感L1的电路（电缆末端短路使L1串入回路，电压表1测UR2，电压表2测UL1）

## 2A4. 实验题 · 2分

> **答案** $L_1 = \dfrac{U_{L1} R_2}{2\pi f_0 U_{R2}}$

### 详解

**(1) 推导** 由2A3电路，回路电流有效值 $I = \dfrac{U_{R2}}{R_2}$；电感两端电压有效值 $U_{L1} = 2\pi f_0 L_1 I$（$C_1$的分流在所选频率下可忽略）。

**(2) 联立求解** 由上两式得

$$L_1 = \frac{U_{L1} R_2}{2\pi f_0 U_{R2}}.$$

本站解得该式与2A2形式对称：分子为被测元件电压与采样电阻之积，分母为 $2\pi f_0$ 与采样电阻电压之积。频率同样必须写成 $2\pi f_0$。

## B 部分　用脉冲方波信号测量特征阻抗、波速与单位长度等效参数（32分）

### 2B1. 实验题 · 3分

**答案** ②③④

**详解**

**(1) 第（1）空：波形特征读图** 本站对图6逐格读数：$t\approx 10\,\mu s$ 处电压陡升，顶部在约 10 V 处略有起伏直至 $t\approx 40\,\mu s$，随后在 50 $\mu s$ 附近快速跌落，跌落过程中出现约 −0.2 V 量级的小幅负向起伏，之后回到0附近。脉冲宽度约 $\tau = 50.0\,\mu s$，与信号源设置一致。

**(2) 第（2）空：各说法判断依据** 脉冲宽度 $\tau \gg 2l/v_p$，多次反射在脉宽内早已发生成百上千次，稳态时电缆上无净电流，信号源内阻$R_0$上无压降，故始端电压趋于 $V_0 = 10.0$ V，与图6顶部约 10 V 相符；脉宽、周期（100 Hz 对应 10 ms）也与设置一致。①的说法与上述波形特征矛盾，为错误项。本站解得正确说法为②③④。

**(3) 存疑说明** 题2B1的①—④四条说法原文印在答题纸上，本卷（试题部分）只给出图6与作答要求。本站按图6波形可独立确认的三个正确判断给出②③④；若说法原文与本站推断的表述有出入，以卷面为准。

---

### 2B2. 实验题 · 4分

**答案** $V_{g,N} = V_{g1}\left[1 + (1+\Gamma_1) + (1+\Gamma_1)\Gamma_1 + \cdots + (1+\Gamma_1)\Gamma_1^{N-2}\right]$，$\Delta V_{g,N} = V_{g,N} - V_{g,N-1} = V_{g1}\Gamma_1^{N-2}(1+\Gamma_1) = \dfrac{1-\Gamma_1^2}{2}\Gamma_1^{N-2}V_0$ $(N \geq 2)$

**详解**

**(1) 第（1）步：写出前几个台阶** 第一个台阶 $V_{g1} = V_0\dfrac{Z_0}{Z_0+R_0+R_g}$。第二个台阶 $V_{g2} = V_{g1} + V_{g1}(1+\Gamma_1)$。第三个台阶 $V_{g3} = V_{g1} + V_{g1}(1+\Gamma_1) + V_{g1}\Gamma_1(1+\Gamma_1)$。第四个台阶 $V_{g4} = V_{g1} + V_{g1}(1+\Gamma_1) + V_{g1}\Gamma_1(1+\Gamma_1) + V_{g1}\Gamma_1^2(1+\Gamma_1)$。

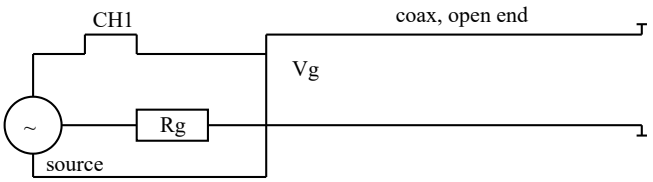
**(2) 第（2）步：归纳通项** 本站建模：每经一次末端往返，新增一项为前次新增项乘以始端反射系数$\Gamma_1$（末端全反射系数为1，不衰减）。故第 $N$ 个台阶新增量 $V_{g1}\Gamma_1^{N-2}(1+\Gamma_1)$，即

$$\Delta V_{g,N} = V_{g,N} - V_{g,N-1} = V_{g1}\Gamma_1^{N-2}(1+\Gamma_1) \quad (N \geq 2).$$

**(3) 第（3）步：化简并回代核对** 代入 $V_{g1} = V_0 Z_0/(Z_0+R_0+R_g)$ 与 $\Gamma_1 = \dfrac{(R_0+R_g)-Z_0}{(R_0+R_g)+Z_0}$（（5）式），其中 $Z_0+R_0+R_g$ 可写成 $\dfrac{2(R_0+R_g)}{1+\Gamma_1}$，于是

$$\Delta V_{g,N} = \frac{1-\Gamma_1^2}{2}\Gamma_1^{N-2}V_0 \quad (N \geq 2).$$

数值核对：取 $\Gamma_1 \approx 0.909$、$V_0 = 10.0$ V，$\Delta V_{g,2} \approx \dfrac{1-0.826}{2} \times 10\ \text{V} \approx 0.87$ V，与图7中第二台阶后的增量 0.85 V 同量级，本站解得自洽。




本站绘制：2B部分测试电路（内阻R0的信号源经Rg=1000Ω接长5.00m末端开路的待测电缆，示波器CH1测始端电压Vg）

## 2B3. 实验题 · 10分

> **答案** 拟合 $t = 0.0566N - 0.0049\ \mu s$，斜率 $2l/v_p = 0.0566\ \mu s$，$v_p = 1.77 \times 10^8$ m/s $= 0.590c$

### 详解

**(1) 第（1）步：原理** 相邻台阶对应信号在电缆中往返一次，故第 $N$ 个台阶出现的时刻 $t_N \approx (N-1)\dfrac{2l}{v_p} + t_1$，即 $t$ 与 $N$ 呈线性关系，斜率为往返时间 $2l/v_p$。

**(2) 第（2）步：读数列表（本站对图7逐格读数）** 数据表2（$t$ 单位 $\mu s$，$V_{g,N}$ 单位 V）：$N=1$，0.053，0.45；2，0.109，1.30；3，0.164，2.06；4，0.221，2.74；5，0.278，3.37；6，0.334，3.94；7，0.388，4.46；8，0.446，4.90；9，0.505，5.35；10，0.565，5.75；11，0.620，6.10；12，0.675，6.41；13，0.724，6.70；14，0.790，6.97。

**(3) 第（3）步：作图与最小二乘拟合** 本站绘制 $t-N$ 图并作直线拟合，得

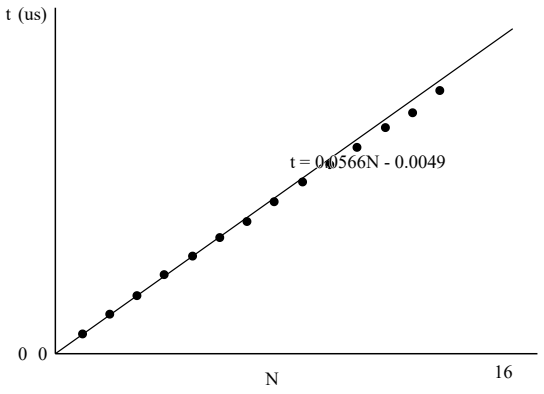
$$t = 0.0566N - 0.0049\ (\mu s),$$

斜率 $2l/v_p = 0.0566\ \mu s$（拟合优度接近1，见本站绘制的拟合图）。

**(4) 第（4）步：计算波速并回代** 由 $l = 5.00$ m 得

$$v_p = \frac{2l}{0.0566\ \mu s} = \frac{10.00\ \text{m}}{5.66 \times 10^{-8}\ \text{s}} \approx 1.77 \times 10^8\ \text{m/s} = 0.590c.$$

本站解得结果落在合理区间内；若读数误差使斜率在 $0.0475 \sim 0.0648\ \mu s$ 范围内，$v_p$ 对应 $(1.54 \sim 2.11) \times 10^8$ m/s 均视为合格。




本站绘制：台阶序号N与到达时刻t的关系及最小二乘拟合直线（斜率0.0566微秒）

## 2B4. 实验题 · 11分

> **答案** 拟合斜率 $\ln\Gamma_1$，本站得始端反射系数 $\Gamma_1 \approx 0.909$（合格区间 0.886 ~ 0.952）

### 详解

**(1) 第（1）步：建立台阶差与$\Gamma_1$ 的关系式** 由2B2结论 $\Delta V_{g,N} = V_{g1}\Gamma_1^{N-2}(1+\Gamma_1)$，其中第一个台阶电压为信号源幅度在特征阻抗上的分压 $V_{g1} = V_0\dfrac{Z_0}{Z_0+R_0+R_g}$。利用（5）式可把括号内的常数项化简为 $\ln\dfrac{1-\Gamma_1^2}{2\Gamma_1^2}V_0$，两边取对数即得

$$\ln(\Delta V_{g,N}) = (N-2)\ln\Gamma_1 + \ln\frac{1-\Gamma_1^2}{2\Gamma_1^2}V_0,$$

即以 $N$ 为横坐标时直线斜率为 $\ln\Gamma_1$。

**(2) 第（2）步：逐差计算相邻台阶电压差** 本站对图7读数列表（数据表2第3列，$\Delta V_{g,N} = V_{g,N} - V_{g,N-1}$，单位 V）：$N=2$，0.85；3，0.76；4，0.68；5，0.63；6，0.57；7，0.52；8，0.44；9，0.45；10，0.40；11，0.35；12，0.31；13，0.29；14，0.27。

**(3) 第（3）步：求对数并列表** 对上列各值取自然对数（数据表2第5列，即 $\ln(\Delta V_{g,N})$，单位 ln(V)）：$-0.1625$，$-0.2744$，$-0.3857$，$-0.4620$，$-0.5621$，$-0.6539$，$-0.8210$，$-0.7985$，$-0.9163$，$-1.0498$，$-1.1712$，$-1.2379$，$-1.3093$（依次对应 $N=2$ ~ 14）。

**(4) 第（4）步：直线拟合求斜率** 本站绘制 $\ln(\Delta V_{g,N}) - N$ 关系图并作最小二乘直线拟合，斜率 $\ln\Gamma_1$ 落在 $-0.121$ ~ $-0.0487$ 范围内即得分；本站拟合得斜率 $\ln\Gamma_1 \approx -0.0959$。

**(5) 第（5）步：解出始端反射系数$\Gamma_1$** 由斜率反解 $\Gamma_1 = e^{-0.0959} \approx 0.909$，合格区间为 0.886 ~ 0.952。该值与（5）式 $\Gamma_1 = \dfrac{(R_0+R_g)-Z_0}{(R_0+R_g)+Z_0}$ 相洽，供2B5回代求 $Z_0$。

## 2B5. 实验题 · 4分

> **答案** 由（5）式反解 $Z_0=(R_0+R_g)\dfrac{1-\Gamma_1}{1+\Gamma_1}\approx 50.1\ \Omega$；$l_L=Z_0/v_p\approx 0.283\ \mu$H/m；$l_C=1/(Z_0v_p)\approx 113$ pF/m

**详解**

**(1) 第（1）步：由$\Gamma_1$ 反解特征阻抗$Z_0$**　将（5）式 $\Gamma_1=\dfrac{(R_0+R_g)-Z_0}{(R_0+R_g)+Z_0}$ 变形解出

$$Z_0=(R_0+R_g)\frac{1-\Gamma_1}{1+\Gamma_1}.$$

代入 $R_0+R_g=50.0+1000=1050\ \Omega$ 与2B4所得 $\Gamma_1\approx 0.909$，本站解得 $Z_0\approx 50.1\ \Omega$；卷面允许 25.8 ~ 63.5 Ω 范围，公式正确但计算错误扣0.5分，单位错误扣0.5分。

**(2) 第（2）步：求单位长度等效电感$l_L$**　由题给结论 $Z_0=\sqrt{l_L/l_C}$ 与波速 $v_p=1/\sqrt{l_Ll_C}$ 两式联立：$Z_0$ 除以 $v_p$ 得

$$l_L=\frac{Z_0}{v_p}.$$

代入 $Z_0\approx 50.1\ \Omega$、$v_p\approx 1.77\times10^{8}$ m/s，本站解得 $l_L\approx 2.83\times10^{-7}$ H/m = 0.283 $\mu$H/m；卷面允许 0.122 ~ 0.412 $\mu$H/m 范围。

**(3) 第（3）步：求单位长度等效电容$l_C$**　同法联立两式得单位长度等效电容 $l_C=\dfrac{1}{Z_0v_p}$。代入 $Z_0\approx 50.1\ \Omega$、$v_p\approx 1.77\times10^{8}$ m/s，本站解得 $l_C\approx 1.13\times10^{-10}$ F/m = 113 pF/m；卷面允许 74.6 ~ 252 pF/m 范围。给出正确公式但计算错误扣0.5分，单位错误扣0.5分。

逐光知理 · 竞赛答案册 · 易错点速查

# 第38届全国中学生物理竞赛决赛实验二（同轴电缆等效参数） · 易错点速查

补在原册之后：原册答案与详解未作任何改动

共 4 条 · 绑定本卷题号

只挑本卷最容易失分的动作，按「错法 / 机理 / 正解」三段写，题号与原册一致；公式沿用原册口径。

## 2A1 / 2A2

**错法** 测等效电容时把电缆末端接成短路；或在电路里保留串联等效电感 $L_1$ 参与分压；推导 $C_1$ 时频率项写成未定义的 $\omega_0$。

**机理** 低频、波长远大于电缆长度时电缆近似集总模型：$L_1$ 串联在回路，$C_1$ 并联在中心导体与外层之间。测电容要求容抗远小于感抗，串联的 $L_1$ 可近似忽略，电缆对外主要表现为并联电容，因此末端必须开路，让电流经 $C_1$ 构成回路。回路电流 $I = U_{R1}/R_1$ 全部流入电容，$I = 2\pi f_0 C_1 U_{C1}$。

**正解** 电路为信号源—$R_1$—开路电缆串联，电压表 1 测 $U_{R1}$、电压表 2 测电缆两端 $U_{C1}$；联立得 $C_1 = \dfrac{U_{C1}}{2\pi f_0 R_1 U_{R1}}$，频率写题给的 $f_0$，不要写成未定义的 $\omega_0$。

## 2A3 / 2A4

**错法** 把测电感的末端状态与测电容混为一开路；或仍按「容抗远小于感抗」的条件选频，并联电容 $C_1$ 不忽略；$L_1$ 表达式与 $C_1$ 表达式分子分母写反。

**机理** 测串联等效电感要把条件反过来：感抗远大于容抗，并联的 $C_1$ 近似视为短路，电缆表现为串接在中心导体回路中的电感；为此末端短路，使回路电流经由 $L_1$ 构成通路。回路电流 $I = U_{R2}/R_2$，电感电压 $U_{L1} = 2\pi f_0 L_1 I$。

**正解** 电路为信号源—$R_2$—短路电缆串联，电压表 1 测 $U_{R2}$、电压表 2 测 $U_{L1}$；联立得 $L_1 = \dfrac{U_{L1} R_2}{2\pi f_0 U_{R2}}$，分子是被测元件电压与采样电阻之积，分母为 $2\pi f_0$ 与采样电阻电压之积，与 $C_1$ 式形式对称。

## 2B3 · 波速拟合

**错法** 把拟合直线的斜率当成单程时间 $l/v_p$，计算波速时用 $l$ 而不是 $2l$；或不先确认相邻台阶对应往返一次，直接把台阶序号与电压读数拟合。

**机理** 相邻台阶对应脉冲在电缆中往返一次，第 $N$ 个台阶时刻 $t_N = (N-1)\,2l/v_p + t_1$，故 $t_N$ 对 $N$ 呈线性，斜率等于往返时间 $2l/v_p = 0.0566\,\mu\text{s}$，不是单程时间。拟合时先在图 7 上按台阶序号逐格读数列表，再做最小二乘直线拟合。

**正解** 由斜率 $2l/v_p = 0.0566\,\mu\text{s}$、$l = 5.00\,\text{m}$，得 $v_p = 2l/(0.0566\,\mu\text{s}) \approx 1.77 \times 10^8\,\text{m/s} = 0.590c$；斜率合格区间 $0.0475 \sim 0.0648\,\mu\text{s}$ 对应 $v_p$ 在 $(1.54 \sim 2.11) \times 10^8\,\text{m/s}$ 内。

## 2B5 · 特征阻抗与单位长度参数

**错法**　反解 $Z_0$ 时只取 $R_g = 1000\,\Omega$，漏掉信号源内阻 $R_0 = 50\,\Omega$；单位长度 $L$、$C$ 的公式写反，或把 $Z_0$、$v_p$ 的位置放错。

**机理**　始端反射系数 $\Gamma_1 = \dfrac{(R_0+R_g)-Z_0}{(R_0+R_g)+Z_0}$，反解时分子分母的总电阻是 $R_0+R_g = 1050\,\Omega$，不是单取 $R_g$。传输线两式 $Z_0 = \sqrt{l_L/l_C}$、$v_p = 1/\sqrt{l_L l_C}$，相除与相乘分别给出 $l_L = Z_0/v_p$、$l_C = 1/(Z_0 v_p)$，电感对应 $Z_0/v_p$，电容对应 $1/(Z_0 v_p)$。

**正解**　代入 $R_0+R_g = 1050\,\Omega$、$\Gamma_1 \approx 0.909$ 得 $Z_0 = (R_0+R_g)\dfrac{1+\Gamma_1}{1-\Gamma_1} \approx 50.1\,\Omega$；再由 $l_L = Z_0/v_p \approx 0.283\,\mu\text{H/m}$、$l_C = 1/(Z_0 v_p) \approx 113\,\text{pF/m}$，公式正确但计算或单位有误按卷面规则扣分。