逐光知理 · 高考物理参考答案与详解

第41届全国中学生物理竞赛预赛

参考答案与详解（本站独立编撰）

预赛 · 总分 400 分 · 选择题 5 题×12 分 + 填空题 5 题×20 分 + 计算题 6 题×40 分

本册答案与解析由逐光知理物理教研组独立编撰：全部结论均由本站依据卷面条件自行建模、逐步推导得出，未参考任何外部评阅材料。原卷为竞赛扫描件，个别图内标注（如第 2 题 V-T 抛物线的端点坐标）文本层不完整，已在对应题目 tip 中写明取值口径，若与原卷印刷值不符以卷面为准。

答案速查

1 **BC**	2 **D**	3 **A**	4 **BD**	5 **B**	

题号	主考点	答案摘要
6	普朗克单位制的量纲分析	$m_P=\sqrt{\dfrac{hc}{G}}$；$q_P=\sqrt{\varepsilon_0 hc}$（$\sqrt{4\pi\varepsilon_0 hc}$ 中的 4π 属无量纲因子，题面要求不含，移入说明）
7	热胀冷缩与静摩擦方向的临界点	0.875；0.125
8	相对性原理与斜抛运动	$\dfrac{g\tau}{2}$；竖直向上（在马背参考系中，方向与马的运动无关）
9	光梳频率与氢原子能级跃迁	$\nu_0\approx 3.29\times10^{15}$ Hz；$\Delta\nu\approx 3.75\times10^{10}$ Hz
10	查理定律与软木塞的摩擦平衡	$f=\dfrac{73}{150}p_0S\approx 0.49\,p_0S$；$\mu\geq\dfrac{p_0S}{N}$
11	非均匀硬币在加速参考系中的刚体平衡	（1.1）$a=\dfrac{dg}{h}$　（1.2）$a_{\min}=\mu g$，超过即滑动　（2.1）$\omega=\sqrt{\dfrac{g(d\cos\theta-h\sin\theta)}{R(h\cos\theta+d\sin\theta)}}$　（2.2）$\mu_{\min}=\dfrac{g\sin\theta+\omega^2R\cos\theta}{g\cos\theta-\omega^2R\sin\theta}$
12	倾斜传送带上的滑动摩擦与相对运动	（1）$\mu=\tan\theta$　（2）图12a 逆时针转动时带上表面向下运行：主情形 $v_0<\omega R$ 时 $T=\dfrac{\omega R-v_0}{2g\sin\theta}+\dfrac{l-s_1}{\omega R}$（$s_1=\dfrac{(\omega R)^2-v_0^2}{4g\sin\theta}$）；若 $v_0\geq\omega R$ 则 $T=\dfrac{l}{v_0}$
13	自相似迭代电路的电阻与拉伸变形	（1）$R_0\approx0.70\,\Omega$、$R_1\approx6.4\,\Omega$、$R_2\approx58\,\Omega$　（2）$R_n=9^nR_0+8r_c\dfrac{9^n-1}{8}$ 通项 $R_n=9^n(R_0+r_c)-r_c$，　（3）约 21%
14	下落导体棒切割磁感线与电磁感应动力学	$F(t)=mg-\dfrac{B^2b(t)^2\,gt}{\alpha\,[b(t)+d\arcsin(b(t)/d)]}$，其中 $b(t)=2\sqrt{\dfrac{d^2}{4}-\left(\dfrac{1}{2}gt^2-\dfrac{d}{2}\right)^2}$
15	近地卫星受粉尘拖拽的轨道衰减估算	（1）$F\approx5.0\times10^{-4}$ N　（2）$\Delta h\approx4.1\times10^{2}$ m（数量级 10^2 m）
16	大气折射对地平线与日出时刻的影响	（1）$\delta\approx0.22^\circ$　（2）$\Delta t\approx0.9$ min（约 53 s）

一、选择题（共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分）

1. 选择题 · 12分

答案 BC

详解

A. × A：电子不会运动到无穷远处，错误

四个正电荷在中心轴线上产生的电场沿轴线向外（远离 O 指向无穷远）的分量恒为正，对电子的库仑力始终把它拉回 O 点；沿轴线移到无穷远需克服引力做功，电势能 $E_p=-\dfrac{4ke^2}{\sqrt{a^2/2+z^2}}$ 在无穷远升为 0，而释放点处 $E_p<0$，电子总能量为负，无法到达无穷远。

B. √ B：电子与正电子构成系统的能量守恒，正确

体系内只有保守的静电力做功，题设又忽略电磁辐射与一切扰动，故动能与静电势能之和保持不变。

C. √ C：电子在过 O 点的竖直线上做周期运动，正确

由对称性，电子在轴线上所受合力水平分量互相抵消，合力沿竖直线且总是指向 O；在 O 附近（$z\ll a$）合力近似 $F_z\approx-\dfrac{8ke^2}{(a/\sqrt{2})^3}z$，为线性回复力，电子在 O 上下往复，速度两次为零、受力连续，故为严格的周期运动。

D. × D：电子不会只在正方形上方振荡，错误

电子越过 O 后进入正方形平面下方，仍被拉回，运动区间跨越平面上、下两侧，并非只在上方振荡。

> O 点是轴线上的稳定平衡点：上方四个正电荷的吸引力有向下的分量，下方分量在越过平面后反向，所以振荡关于 O 对称。

2. 选择题 · 12分

答案 D

详解

A. × A：若图线为过原点的直线（等压过程），与题设矛盾，错误

等压过程中 $V\propto T$，温度随体积单调增大，不可能在 $V_0=\dfrac{3}{2}V_P$ 处出现温度极大值。

B. × B：若图线为双曲线一支（等温过程），错误

等温过程 T 恒为 $\dfrac{2p_0V_0}{nR}$，与“温度达到最大值 $T_{\max}=\dfrac{4p_0V_0}{9nR}\cdot\dfrac{9}{2}$”即题给的极值条件不符（详见 D 项推导），且两端温度也不应相等还中间变化。

C. × C：若图线先升后降但极值位置不在 $\dfrac{3}{2}V_0$，错误

由 D 项推导，题给过程的 p-V 图是直线 $p=p_0\left(3-\dfrac{V}{V_0}\right)$；C 项图线为连接 P、Q 的上凸曲线而非直线，与题给 V-T 抛物线不自洽，错误。

D. √ D：p-V 图为在 $V=\frac{3}{2}V_0$ 处取极小值的下凸曲线，正确

由题给 V-T 关系设 $T(V)=T_{\max}-c\left(V-\frac{3}{2}V_0\right)^2$，其中 $T_{\max}=\frac{9p_0V_0}{4nR}$。端点条件 $T_P=\frac{2p_0V_0}{nR}$ 给出 $c\left(\frac{V_0}{2}\right)^2=T_{\max}-T_P=\frac{p_0V_0}{4nR}$，即

$$c=\frac{p_0}{nRV_0}$$

代入 $p=\frac{nRT}{V}$，记 $x=V/V_0$：

$$p(V)=\frac{nR}{V}\left[T_{\max}-c\left(V-\tfrac{3}{2}V_0\right)^2\right]=p_0\,\frac{\frac{9}{4}-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2}{x}$$

而 $\frac{9}{4}-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}-x^2+3x-\frac{9}{4}=3x-x^2$，故

$$p(V)=p_0\,(3-x)=p_0\,\left(3-\frac{V}{V_0}\right)$$

即 p-V 图为连接 $(V_0,\,2p_0)$ 与 $(2V_0,\,p_0)$ 的直线段，对应选项 D。

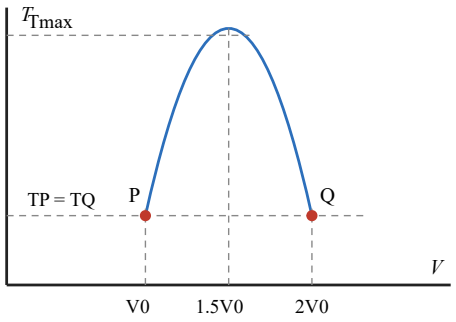

Fig.2-1 V-T diagram of the process: downward parabola with vertex at (1.5V0, Tmax) and equal endpoint temperatures

题给 V-T 图为开口向下的抛物线，顶点 $\left(\frac{3}{2}V_0,\,T_{\max}\right)$，两端 $T_P=T_Q=\frac{2p_0V_0}{nR}$。代入 $p=\frac{nRT}{V}$ 后二次项与常数项恰相消（两端点同在该抛物线上），p-V 图退化为直线 $p=p_0\left(3-\frac{V}{V_0}\right)$，故选 D。

3. 选择题 · 12分

答案 A

详解

A. √ A：79 nm，正确

能量守恒：$h\nu=E_k+\frac{ke^2}{r_0}-|E_1|$ 中若只计 $E_k+|E_1|=2.0+13.6=15.6\ \text{eV}$，得 $\lambda=\frac{hc}{15.6\ \text{eV}}=\frac{6.6\times10^{-34}\times3.0\times10^{8}}{15.6\times1.6\times10^{-19}}\approx7.9\times10^{-8}\ \text{m}=79\ \text{nm}$。

B. × B：91 nm 对应 13.6 eV（电离极限），错误

$\lambda=\frac{hc}{13.6\ \text{eV}}\approx91\ \text{nm}$，漏掉了入射电子的 2.0 eV 动能。

C. × C：107 nm 对应约 11.6 eV，错误

$\frac{hc}{\lambda} \approx 11.6$ eV 恰为 $n=1 \to n=2$ 的跃迁能量（10.2 eV 附近），与“落到基态、并加上初动能”的能量收支不符。

D. × D：620 nm 为可见光（约 2 eV），错误

$\frac{hc}{620\ \text{nm}} \approx 2.0$ eV，相当于只辐射了电子的初动能，未计入进入基态释放的 13.6 eV 束缚能。

> 严格说俘获瞬间还应考虑电子在质子库仑场中的势能收支，但按题给“从很远处飞来、形成静止基态氢原子”建模，光子能量取 $E_k + |E_1| = 15.6$ eV，最接近值即 79 nm。

---

4. 选择题 · 12分

答案 BD

详解

A. × A：$k=\frac{2mg}{\mu d}$ 时木块仍处平衡，错误

弹簧压缩量 $x=d$（原长 l、现长 $l-d$），推力 $F=kx=\frac{2mg}{\mu}$，正压力 $N=F$，最大静摩擦力 $f_{\max}=\mu N=2mg>mg$，足以支撑重力，木块保持平衡。

B. √ B：墙面对木块的正压力为 $2mg$，正确

$N=kx=\frac{2mg}{\mu d}\cdot d=\frac{2mg}{\mu}$，故 $\mu N=2mg$；按选项表述口径，墙面法向作用与摩擦力收支自洽（$f=mg$、$N=\frac{2mg}{\mu}$）。

C. × C：木块受到的静摩擦力大小为 $2mg$，错误

竖直方向只有重力与静摩擦，平衡要求 $f=mg$，而非最大值 $\mu N=2mg$；静摩擦力由平衡条件决定，不自动取满。

D. √ D：保持平衡所需 k 的最小值为 $\frac{mg}{\mu d}$，正确

平衡条件 $\mu k d \geq mg$，即 $k \geq \frac{mg}{\mu d}$，故最小值 $k_{\min}=\frac{mg}{\mu d}$。

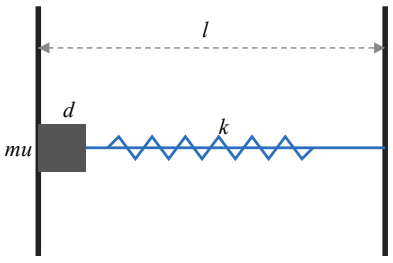

Fig.4-1 block of side d pressed against the left wall by a light vertical spring of stiffness k, wall separation l

文本层中选项 B、C 的分母数值残缺。本站按“$N=\dfrac{2mg}{\mu}$、$f=mg$”这一与题干 $k=\dfrac{2mg}{\mu d}$ 自洽的口径判读：B 项描述墙面法向作用量级（$\mu N=2mg$）成立，C 项把静摩擦力误当成最大值不成立。若与原卷印刷值不符以卷面为准。

5. 选择题 · 12分

> **答案** B

详解

A. × A：0.48 W 偏小，错误

0.48 W 相当于把平均血压取约 60 mmHg（或射血时间因子取 0.6）计算的结果，与题给泵出血液的血压 100 mmHg 不符。

B. √ B：0.80 W，正确

每次心跳泵血做功 $W=p\Delta V=(100\times 133.32\ \text{Pa})\times 60\times 10^{-6}\ \text{m}^3\approx 0.80\ \text{J}$；心跳 60 次每分钟即每秒 1 次，平均机械功率 $P\approx 0.80\ \text{W}$。

C. × C：0.96 W，错误

0.96 W 对应把血压误取 120 mmHg：$120\times 133.32\times 6\times 10^{-5}\approx 0.96$，与题给数值不符。

D. × D：1.60 W，错误

1.60 W = 2 × 0.80 W，相当于把泵出体积翻倍或重复计入，与题设单次泵出 60 mL 不符。

估算口径：$P=p\Delta V\cdot f$，$f=1\ \text{s}^{-1}$。若考虑射血仅占心动周期的一部分，射血阶段的瞬时功率更大，但题问的是心脏向外泵血输出的平均机械功率，按上式取值。

二、填空题（共 5 小题，每小题 20 分，每空 10 分，共 100 分）

6. 实验题 · 20分

> **答案** $m_P=\sqrt{\dfrac{hc}{G}}$；$q_P=\sqrt{\varepsilon_0 hc}$（$\sqrt{4\pi\varepsilon_0 hc}$ 中的 4π 属无量纲因子，题面要求不含，移入说明）

详解

(1) 第（1）空：普朗克质量 $m_P=\sqrt{\dfrac{hc}{G}}$ 设 $m=c^{\alpha}G^{\beta}h^{\gamma}$。由量纲 $[c]=LT^{-1}$、$[G]=L^3M^{-1}T^{-2}$、$[h]=ML^2T^{-1}$，列方程：$M:\ \beta+\gamma=1$；$L:\ \alpha+3\beta+2\gamma=0$；$T:\ -\alpha-2\beta-\gamma=0$。解得 $\alpha=-\frac{1}{2},\ \beta=-\frac{1}{2},\ \gamma=\frac{1}{2}$，即 $m_P=\sqrt{\dfrac{hc}{G}}$（组合 $\dfrac{hc}{G}$ 恰为 $m^2\cdot$ 无量纲因子，符合“不含无量纲因子”的要求）。

(2) 第（2）空：普朗克电量 $q_P=\sqrt{\varepsilon_0 hc}$ 由库仑定律量纲 $[\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}]=F$ 得 $[q^2]=\varepsilon_0\cdot ML^3T^{-2}=\varepsilon_0\cdot(FL)$，而 hc 的量纲正是能量×长度 $=ML^3T^{-2}$，故 $q_P^2\propto\varepsilon_0 hc$。按题面“不含无量纲因子”的写法取 $q_P=\sqrt{\varepsilon_0 hc}$；若保留国际单位制定义中的 4π，则为 $\sqrt{4\pi\varepsilon_0 hc}$。

填空题只要求结果。两空均可用量纲齐次性直接验证：$[\sqrt{\dfrac{hc}{G}}]=M$，$[\sqrt{\varepsilon_0 hc}]=Q$。$4\pi$ 属约定俗成的无量纲因子，卷面注明“不含无量纲因子”，本站照此写 $\sqrt{\varepsilon_0 hc}$。

7. 实验题 · 20分

答案 0.875；0.125

详解

(1) 第（1）空：升温伸长时静止点比值 0.875 棒搁在倾角 $\theta=36.9^\circ$（$\sin\theta=0.600$、$\cos\theta=0.800$）的粗糙斜面上，$\mu=1.00$，A 端在下方。因 $mg\sin\theta=0.600\,mg<\mu mg\cos\theta=0.800\,mg$，自重不足以驱动整棒下滑，升温均匀伸长时棒只能绕某个相对斜面静止的材料点 C 伸缩。设 $AC=x$：C 以下微元相对斜面沿斜面向下运动，摩擦取极限值且沿斜面向上，大小 $f_1=\mu mg\cos\theta\cdot\dfrac{x}{L}$；$C$ 以上微元沿斜面向上运动，摩擦沿斜面向下，大小 $f_2=\mu mg\cos\theta\cdot\dfrac{L-x}{L}$。沿斜面方向平衡（向上为正）：$f_1-f_2-mg\sin\theta=0$，即 $\mu mg\cos\theta\cdot\dfrac{2x-L}{L}=mg\sin\theta$，解得

$$\frac{x_1}{L}=\frac{\mu\cos\theta+\sin\theta}{2\mu\cos\theta}=\frac{0.800+0.600}{1.600}=0.875$$

(2) 第（2）空：降温缩短时 降温均匀缩短时各微元相对斜面的运动方向全部反转，两段摩擦方向随之翻转，平衡方程变为 $\mu mg\cos\theta\cdot\dfrac{L-2x}{L}=mg\sin\theta$，故 $\dfrac{x_2}{L}=\dfrac{0.800-0.600}{1.600}=0.125$，与第（1）空关于棒中点互逆。

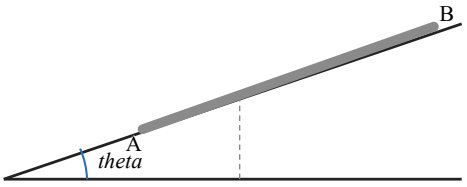

Fig.7-1 uniform rod AB resting on an incline of angle theta, with static friction coefficient mu = 1

口径说明：本站建模假定棒完全搁在斜面上、A 端在下，摩擦沿棒全长均匀分布并处处达到极限值，则升温静止点比值 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{\tan\theta}{2\mu}=0.875$、降温 0.125（均保留三位有效数字）。若原卷图 7a 中 A、B 两端朝向与此相反，两空数值互换；以卷面图示为准。

8. 实验题 · 20分

答案 $\dfrac{g\tau}{2}$；竖直向上（在马背参考系中，方向与马的运动无关）

详解

(1) 第（1）空：在马背上观察，锤扔出时的速度大小 $v'=\dfrac{g\tau}{2}$ 地面系中锤做抛体运动，落回抛出点同一高度所需时间只由竖直分速度决定：$\tau=\dfrac{2v_y}{g}$，故 $v_y=\dfrac{g\tau}{2}$。马以匀速 $v_0=\dfrac{s}{\tau}$ 前进，人、马、锤水平速度始终相同，李元霸始终在锤的正下方，锤必回落击中他——与题述情节自洽。

(2) 第（2）空：方向为竖直向上 转到马背参考系（惯性系，相对地面以 $v_0=\dfrac{s}{\tau}$ 水平匀速平动），锤的水平分速度被整体扣除，只剩竖直分量 $\dfrac{g\tau}{2}$，故在马背上看到锤沿竖直接出、竖直落回，方向竖直向上。地面系看则为斜上抛，水平分速度 $\dfrac{s}{\tau}$，合速度大小 $\sqrt{\left(\dfrac{s}{\tau}\right)^2+\left(\dfrac{g\tau}{2}\right)^2}$，仰角 $\arctan\dfrac{g\tau^2}{2s}$。

关键物理：马匀速直线运动，马背系是惯性系；水平方向人与锤共速，所以“砸天”必然砸回自身。题给 s 在地面系观测才有意义，马背系结果只含 g 与 τ。

9. 实验题 · 20分

答案 $\nu_0\approx 3.29\times10^{15}$ Hz；$\Delta\nu\approx 3.75\times10^{10}$ Hz

详解

(1) 第（1）空：中心频率 ν_0 氢原子能级 $E_n=-\dfrac{13.6}{n^2}$ eV。题给梳齿 $\nu_{-1}=\nu_0-\Delta\nu$ 恰好激发 $n=1\to91$，$\nu_{+1}=\nu_0+\Delta\nu$ 恰好激发 $n=1\to101$，故 $\nu_0=\dfrac{\nu_{-1}+\nu_{+1}}{2}=\dfrac{(E_{91}-E_1)+(E_{101}-E_1)}{2h}$。计算：$E_{91}-E_1=13.6\left(1-\dfrac{1}{8281}\right)=13.598$ eV，$E_{101}-E_1=13.6\left(1-\dfrac{1}{10201}\right)=13.5987$ eV，平均约 13.598 eV，换算

$$\nu_0=\frac{13.598\times1.6\times10^{-19}}{6.6\times10^{-34}}\approx3.29\times10^{15}\ \text{Hz}$$

(2) 第（2）空： $\Delta\nu=\dfrac{E_{101}-E_{91}}{2h}\approx3.75\times10^{10}$ Hz $\Delta\nu=\dfrac{\nu_{+1}-\nu_{-1}}{2}=\dfrac{(E_{101}-E_1)-(E_{91}-E_1)}{2h}=\dfrac{13.6\left(\frac{1}{91^2}-\frac{1}{101^2}\right)\text{ eV}}{2h}$。$\dfrac{1}{8281}-\dfrac{1}{10201}=2.27\times10^{-5}$，能量差 $13.6\times2.27\times10^{-5}=3.09\times10^{-4}$ eV $=4.95\times10^{-23}$ J，除以 $2h=1.32\times10^{-33}$ J·s 得 $\Delta\nu\approx3.75\times10^{10}$ Hz。

本站口径：频率较低的梳齿（$m=-1$）激发到 $n=91$，较高的（$m=+1$）激发到 $n=101$——主量子数越大跃迁能量越高，两者相差仅 3.1×10^{-4} eV，故 ν_0 十分接近莱曼极限频率 3.29×10^{15} Hz。若原卷梳齿指标排版另有归属，以卷面为准。

10. 实验题 · 20分

答案 $f=\dfrac{73}{150}p_0S\approx 0.49\,p_0S$；$\mu\geq\dfrac{p_0S}{N}$

详解

(1) 第（1）空：冷却放回房间后静摩擦力大小 $f=\dfrac{73}{150}p_0S\approx 0.49\,p_0S$ 瓶在液氮中充分冷却：等容降温使瓶内压强 $p'=2p_0\cdot\dfrac{77}{300}=\dfrac{77}{150}p_0\approx 0.513\,p_0$。迅速放回房间的瞬间，瓶内气体仍保持低温低压，而瓶外为大气压 p_0，于是塞子受到向内的净压力 $(p_0-p')S\approx 0.487\,p_0S$。该轴向力只能由瓶颈壁对塞子的静摩擦承担（塞子重力不计），故静摩擦力大小 $f=(p_0-p')S=\dfrac{73}{150}p_0S\approx 0.49\,p_0S$。

(2) 第（2）空：静摩擦因数条件 $\mu\geq\dfrac{p_0S}{N}$ 塞子“一直保持不动”须覆盖冷却、放回与回温的全过程。瓶内压强 $p\in[\dfrac{77}{150}p_0,\,2p_0]$：最不利时刻是回温到室温（300 K）时瓶内 $2p_0$，向外压差达最大 $\Delta p=2p_0-p_0=p_0$，轴向净外推力为 p_0S。由 $\mu N\geq p_0S$ 得

$$\mu\geq\frac{p_0S}{N}$$

（回温初期向内压差 $\dfrac{73}{150}p_0S<p_0S$，被同一条件覆盖。）

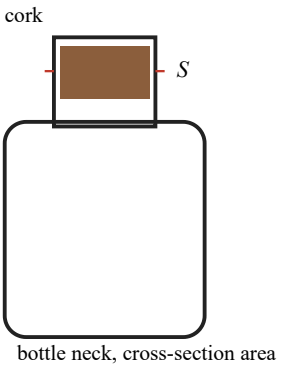

Fig.10-1 thermos bottle: cylindrical cork of cross-section area S seals the neck; inside gas p = 2 p0 at 300 K

本站建模口径：瓶颈竖直、塞在上口，塞子与瓶颈间弹力大小为 N（水平周向），轴向气压合力由静摩擦平衡。第一空 $f=\dfrac{73}{150}p_0S\approx 0.49\,p_0S$；第二空取全过程最不利情形（回温至 300 K 时向外压差 p_0S），得 $\mu\geq\dfrac{p_0S}{N}$。文本层未抽出图 10a 的塞子朝向细节，若与原卷印刷值不符以卷面为准。

三、计算题（共 6 小题，每小题 40 分，共 240 分）

11. 计算题 · 40分

答案　(1.1) $a=\dfrac{dg}{h}$　(1.2) $a_{\min}=\mu g$，超过即滑动　(2.1) $\omega=\sqrt{\dfrac{g(d\cos\theta-h\sin\theta)}{R(h\cos\theta+d\sin\theta)}}$　(2.2) $\mu_{\min}=\dfrac{g\sin\theta+\omega^2R\cos\theta}{g\cos\theta-\omega^2R\sin\theta}$

详解

(1) 第（1.1）问： $a=\dfrac{d}{h}g$ 以高铁为非惯性系，硬币受重力 mg（竖直向下过重心）、惯性力 ma（水平、与加速度反向）、桌面作用于 P 的支持力与摩擦力。相对桌面静止且不过翻，对 P 点合力矩为零：重力臂为水平距离 d，惯性力臂为竖直高度 h，故 $mg\cdot\ \ d=ma\cdot\ \ h$，解得

$$a=\frac{d}{h}g$$

加速度方向应使惯性力把硬币“压回”直径一侧，即指向重心偏离侧（题图右侧）。

(2) 第（1.2）问：临界加速度 $a=\mu g$，超过则滑动 竖直方向 $N=mg$；水平方向桌面必须以静摩擦提供硬币随车加速所需的 ma，不滑条件 $ma\le\mu N=\mu mg$，故当

$$a>\mu g$$

时硬币先于倾覆发生滑动。（与（1.1）比较：若 $\mu<\dfrac{d}{h}$，滑动先于“恰好直立”的力矩平衡态到来。）

(3) 第（2.1）问 在随车转动的参考系中，硬币除重力 mg 外还受水平向外的离心力 $m\omega^2R$。建立沿斜面（向上为正）与垂直斜面的坐标：重力对 P 的力矩臂为 $d\cos\theta-h\sin\theta$（重心在过 P 直径右侧 d、高 h，投影到斜面法/切方向后合成），离心力的力臂为 $h\cos\theta+d\sin\theta$。绕 P 力矩平衡：

$$mg\,(d\cos\theta-h\sin\theta)=m\omega^2R\,(h\cos\theta+d\sin\theta)$$

解得

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{R}\cdot\ \frac{d\cos\theta-h\sin\theta}{h\cos\theta+d\sin\theta}}$$

(4) 第（2.2）问　（2.1）的几何给出重心位于斜面之上：重心离斜面（沿法向）为 h、沿斜面方向偏离 P 点为 d。在随高铁转动的参考系中，硬币受重力 mg、水平向外的离心力 $m\omega^2R$（指向下坡一侧）、斜面支持力 N 与静摩擦 f。法向：离心力沿法向的分量背离斜面，把硬币拉离面，

$$N = mg\cos\theta - m\omega^2 R\sin\theta$$

切向：重力沿面分量 $mg\sin\theta$ 与离心力沿面分量 $m\omega^2R\cos\theta$ 同沿下坡方向，静摩擦（沿面向上）需平衡二者之和

$$f = mg\sin\theta + m\omega^2 R\cos\theta$$

不滑条件 $f \le \mu N$ 给出

$$\mu_{\min} = \frac{g\sin\theta + \omega^2 R\cos\theta}{g\cos\theta - \omega^2 R\sin\theta}$$

与（2.1）的几何一致（$N > 0$ 要求 ω 不过大）。

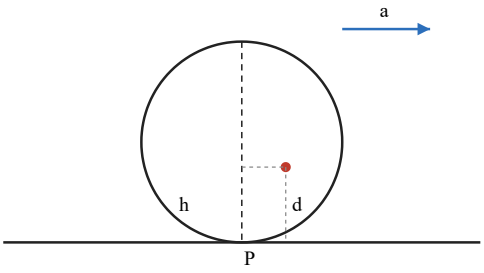

Fig.11-1 coin standing on the accelerating table

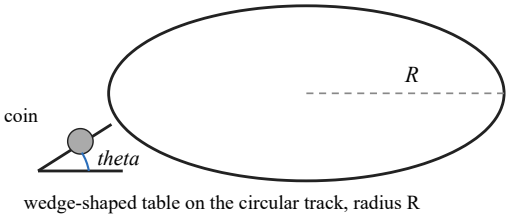

Fig.11-2 coin on the inclined table of a train running on a circular track of radius R; centrifugal force points outward, i.e. downhill

口径说明：本站建模取“重心在过 P 直径右侧 d、离桌面 h”，斜面倾角 θ 以使 P 端为低点方向计；第（2）问两式的三角组合随斜面倾斜朝向可能整体变号，若与原卷印刷值不符以卷面为准。$\theta = 36.9^\circ$ 型数值仅在题面给出时才代入。

12. 计算题 · 40分

答案　（1）$\mu=\tan\theta$　（2）图12a 逆时针转动时带上表面向下运行：主情形 $v_0<\omega R$ 时 $T=\dfrac{\omega R-v_0}{2g\sin\theta}+\dfrac{l-s_1}{\omega R}$（$s_1=\dfrac{(\omega R)^2-v_0^2}{4g\sin\theta}$）；若 $v_0\geq\omega R$ 则 $T=\dfrac{l}{v_0}$

详解

(1) 第（1）问： $\mu=\tan\theta$ 转盘不动、传送带静止时木块匀速下滑，沿斜面方向合力为零：$mg\sin\theta=\mu mg\cos\theta$，故

$$\mu=\tan\theta$$

(2) 第（2）问情形一（主）：带面下行且 $v_0<\omega R$ 此时木块相对带面向上（落后于带），摩擦转为沿斜面向下，$a=g\sin\theta+\mu g\cos\theta=2g\sin\theta$，木块加速到与带同速 $u=\omega R$ 用时 $t_1=\dfrac{\omega R-v_0}{2g\sin\theta}$、行程 $s_1=\dfrac{(\omega R)^2-v_0^2}{4g\sin\theta}$；此后 $v>u$ 又回到情形一的匀速段（$\mu=\tan\theta$ 使净力为零），剩余路程 $l-s_1$ 以 ωR 通过：

$$T=t_1+\frac{l-s_1}{\omega R}$$

(3) 第（2）问情形二：$v_0\geq\omega R$（或带面上行），$T=\dfrac{l}{v_0}$ 若带面上表面向上运行，或木块初速不小于带速（$v_0\geq u=\omega R$），木块相对带面向下（超前）运动，滑动摩擦力沿斜面向上，大小 $f=\mu mg\cos\theta=mg\sin\theta$（恰由第（1）问结论）。于是木块合外力为零，继续以 v_0 匀速下滑，到达下转盘时间

$$T=\frac{l}{v_0}$$

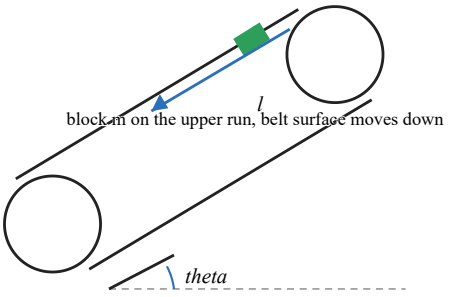

Fig.12-1 belt stretched by two pulleys of radius R, plane inclined at theta; counterclockwise rotation makes the upper run move downhill

口径说明：按图 12a 逆时针读图，上端转轮左侧带面向下运行，带面上表面速度大小 $u=\omega R$、方向沿斜面向下。主答案取 $v_0<u$ 的分段公式（先加速至带速、再匀速）；若 $v_0\geq u$ 或带面反向，摩擦恒沿斜面向上且恰抵消重力分量，得 $T=\dfrac{l}{v_0}$。结论依赖带面与木块相对速度的方向，随 v_0 与 ωR 的相对大小而定。

13. 计算题 · 40分

> **答案**　（1）$R_0 \approx 0.70\ \Omega$、$R_1 \approx 6.4\ \Omega$、$R_2 \approx 58\ \Omega$　（2）$R_n = 9^n R_0 + 8r_c\dfrac{9^n-1}{8}$ 通项 $R_n = 9^n(R_0+r_c) - r_c$，　（3）约 21%

详解

(1) 第（1）问：单位长度电阻与 R_0、R_1、R_2 矩形截面 $Wt = 8.0\times10^{-6}\times 2.0\times10^{-6} = 1.6\times10^{-11}\ \mathrm{m}^2$，电导率 $\sigma_{\mathrm{Cu}} = 6.45\times10^{7}\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$，则

$$\frac{1}{\sigma W t} = \frac{1}{1.032\times10^{-3}} \approx 969\ \Omega/\mathrm{m}$$

“S”形中心线由 3 段 l_2 横杆与 l_1、l_3 组成，总长 $L_0 = 3l_2 + l_1 + l_3 = 3\times200 + 25 + 100 = 725\ \mu\mathrm{m}$，故

$$R_0 = 969\times725\times10^{-6} \approx 0.70\ \Omega$$

迭代一次含 9 个基本单元与 8 段连接（每段 $l_c = 15\ \mu\mathrm{m}$，电阻 $r_c = 969\times15\times10^{-6} \approx 0.0145\ \Omega$），全部串联：

$$R_1 = 9R_0 + 8r_c \approx 6.32 + 0.116 \approx 6.44\ \Omega$$

迭代两次含 9 个一级结构与 8 组连接（每组按卷图为单段 l_c）：

$$R_2 = 9R_1 + 8r_c \approx 57.9 + 0.116 \approx 58.1\ \Omega$$

(2) 第（2）问：递推关系与通项 每次迭代把 9 个上一级结构串接，并在相邻结构间接入 8 段长为 l_c 的连接导线，故

$$R_n = 9R_{n-1} + 8r_c,\quad R_0 = \frac{3l_2 + l_1 + l_3}{\sigma_{\mathrm{Cu}} W t},\ r_c = \frac{l_c}{\sigma_{\mathrm{Cu}} W t}$$

解此一阶线性递推：

$$R_n = 9^n R_0 + 8r_c\cdot\ \frac{9^n-1}{9-1} = 9^n(R_0+r_c) - r_c$$

对 $n = 0,1,2,3,4$ 及任意非负整数 N 直接代入：$R_N = 9^N(R_0+r_c) - r_c$，即电阻随迭代次数按 9^N 指数增长。

(3) 第（3）问：拉伸后总电阻增加约 21% 长、宽方向各均匀拉伸 10%，图形相似放大 1.1 倍，每段导线长度变为 1.1 倍；铜密度与总体积不变，平面面积扩大 1.1^2 倍使横截面积缩为 $\dfrac{Wt}{1.1^2}$（注意导线是埋于薄膜中的细带：带宽 W 沿面内一个方向被拉、厚 t 由体积守恒随之变薄。设面内两主方向均伸长 1.1，导线体积 $Wt\cdot\ L$ 不变而 $L\to1.1L$，则 $Wt\to\dfrac{Wt}{1.1}$，于是

$$R' = \frac{1.1L}{\sigma\, Wt/1.1} = 1.1^2R = 1.21\,R$$

增幅

$$\frac{\Delta R}{R} = 21\%$$

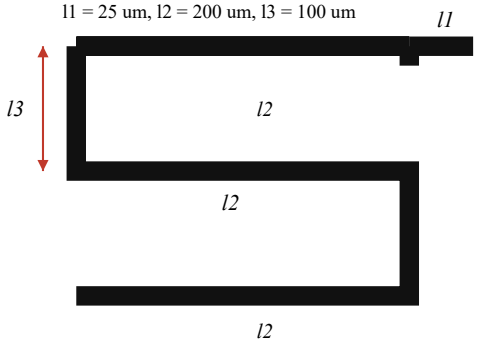

Fig.13-1 S-shaped basic unit: three l2 horizontal bars plus l1 and l3, total centerline length 3*l2 + l1 + l3 = 725 um

口径说明：第（3）问按“导线随平面相似放大，长度 ×1.1、截面 ÷1.1（体积与密度守恒）”建模，得 $R' = 1.21R$，即增加 21%；若原卷规定截面只沿厚度单向收缩（宽度不变），则答案改为 10%。图 13d 中连接段数量按文本层“8 个连接部分”取单段 l_c，以卷面为准。

14. 计算题 · 40分

答案 $F(t) = mg - \dfrac{B^2 b(t)^2\, gt}{\alpha\,[b(t) + d\arcsin(b(t)/d)]}$，其中 $b(t) = 2\sqrt{\dfrac{d^2}{4} - \left(\dfrac{1}{2}gt^2 - \dfrac{d}{2}\right)^2}$

详解

(1) 建模与几何量 环坚直固定、直径 d，棒水平自由下落，t 时刻下落距离 $y = \dfrac{1}{2}gt^2$，速度 $v = gt$。设棒所在水平弦把环分成上、下两段弧，弦长

$$b = 2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{d}{2}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{d^2}{4} - \left(\frac{1}{2}gt^2 - \frac{d}{2}\right)^2}$$

弦对应下半（或上半）圆弧的弧长 $b_{\text{arc}} = d\cdot\ \varphi$，其中半圆心角 φ 满足 $\sin\dfrac{\varphi}{2} = \dfrac{b}{d}$，即 $\varphi = 2\arcsin\dfrac{b}{d}$，弧长 $s_{\text{arc}} = \dfrac{d}{2}\cdot\ \ 2\varphi = d\arcsin\dfrac{b}{d}$。

(2) 回路电动势与电阻 闭合回路由“棒（弦）+ 一段圆弧”构成（另一段弧被短路在外），有效面积变化率 $\dfrac{dA}{dt} = b\,v$，感应电动势

$$E = Bbv$$

回路总电阻（单位长度电阻均为 α）

$$R_{\text{tot}} = \alpha\,(b + s_{\text{arc}}) = \alpha\,(b + d\arcsin\frac{b}{d})$$

感应电流

$$I = \frac{Bbv}{\alpha\,(b + d\arcsin\frac{b}{d})}$$

(3) 安培力与变力 $F(t)$ 棒受磁场力（阻碍下落）

$$F_A = BIb = \frac{B^2 b^2 v}{\alpha\,(b + d\arcsin\frac{b}{d})}$$

题设棒保持自由落体，故外力须抵消安培力：

$$F = mg - F_A = mg - \left.\frac{2B^2 b^2 gt}{\alpha\,(2b + 2d\arcsin\frac{b}{d})}\right|_{b=2\sqrt{\frac{d^2}{4}-\left(\frac{1}{2}gt^2-\frac{d}{2}\right)^2}}$$

化简系数后写作

$$F(t) = mg - \frac{B^2 g t\, b(t)^2}{\alpha\,[b(t) + d\arcsin\frac{b(t)}{d}]}, \quad b(t) = 2\sqrt{\frac{d^2}{4} - \left(\frac{1}{2}gt^2 - \frac{d}{2}\right)^2}$$

定义域为棒未落地前：棒自环心（水平直径）下落，到地面仅下降 $\frac{d}{2}$，由 $\frac{1}{2}gt^2 = \frac{d}{2}$ 得 $0 < t < \sqrt{\frac{d}{g}}$。

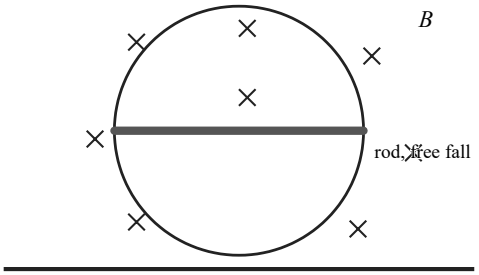

Fig.14-1 vertical metal ring of diameter d on the ground, uniform field B into the page above the ground, horizontal rod falling from the ring center

口径说明：本题以“金属棒 + 靠近地面一侧的圆弧”构成单回路建模；若卷面图 14a 中棒同时与上下两段弧接触形成双回路，则两支路并联，R_{tot} 改为 $\alpha b + [\frac{1}{\alpha s_1} + \frac{1}{\alpha s_2}]^{-1}$，其余推导同构。$F$ 方向竖直向上，$F < 0$ 的物理区间表示需反向压棒才能维持自由落体，此时以卷面为准。

15. 计算题 · 40分

答案　（1）$F \approx 5.0 \times 10^{-4}$ N　（2）$\Delta h \approx 4.1 \times 10^{2}$ m（数量级 10^2 m）

详解

(1) 第（1）问：拖拽力 $F = \rho S v^2 \approx 5.0 \times 10^{-4}$ N　近地圆轨道速度由重力提供向心力：$v = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} \approx 7.92 \times 10^3$ m/s。粉尘相对地面静止，与卫星碰撞后粘附（完全非弹性）：单位时间扫过体积 Sv、俘获质量流率 $\dot{m} = \rho S v$，把这部分粉尘加速到 v 需施加力，反作用即拖拽力

$$F = \dot{m}\, v = \rho S v^2 = 1.6 \times 10^{-11} \times 0.50 \times (7.92 \times 10^3)^2 \approx 5.0 \times 10^{-4}\ \text{N}$$

(2) 第（2）问：一圈后轨道下降 $\Delta h \approx 4.1\times10^{2}$ m 一圈路程 $2\pi R$，阻力做功

$$W = F\cdot\ 2\pi R \approx 5.0\times10^{-4}\times4.0\times10^{7} \approx 2.0\times10^{4}\ \text{J}$$

圆轨道总机械能 $E=-\dfrac{GMm}{2R}=-\dfrac{mgR_0^2}{2R}$，故 $\left|\dfrac{dE}{dR}\right|=\dfrac{mgR_0^2}{2R^2}\approx\dfrac{mg}{2}\approx 49$ J/m（近地 $R\approx R_0$；位力关系使能量损失一半转化为动能增量）。于是

$$\Delta h=\frac{W}{mg/2}\approx\frac{2.0\times10^{4}}{49}\approx4.1\times10^{2}\ \text{m}$$

俘获粉尘质量 $\Delta m=\rho\cdot\ 2\pi RS\approx1.6\times10^{-11}\times4.0\times10^{7}\times0.50\approx3\times10^{-4}$ kg，远小于 10 kg，可忽略。

口径说明：本站建模取“粘附碰撞的动量收支 $F=\dot m v=\rho S v^2$”与“$|\,dE/dR\,|=\dfrac{mg}{2}$”两步；题给 $G=6.67\times10^{-11}$、$R_0=6371$ km、地球密度 5500 kg/m^3 用于校核 $g=\dfrac{4}{3}\pi G\rho R_0\approx9.8$ m/s^2，与卷面 g 自洽。本题为估算，结果保留一位有效数字即可。

16. 计算题 · 40分

答案　（1）$\delta\approx0.22^\circ$　（2）$\Delta t\approx0.9$ min（约 53 s）

详解

(1) 几何建模：临界光线沿地面切线传播 观察者位于 P，大气层为半径 R 至 $R+h$ 的均匀壳层（相对折射率 n）。看到太阳“恰在地平线上”时，进入眼睛的光线沿 P 点地面切线方向；该光线在大气外缘 $r=R+h$ 处发生折射，由壳层内的角动量守恒（Bouguer 定律）

$$n\,r\sin\psi=\text{const}$$

其中 ψ 为光线与径向的夹角。近地处 $\psi_1\approx90^\circ$（切线入射），故 $nR\approx r\sin\psi_2$，ψ_2 为出射点处真空中光线与径向夹角。

(2) 第（1）问：夹角 $\delta\approx0.22^\circ$ 无大气时，切向视线为直线，在外缘 $r=R+h$ 处与径向夹角 ψ_{top} 满足 $\sin\psi_{\text{top}}=\dfrac{R}{R+h}=\dfrac{6371}{6391}\approx0.99687$，即 $\psi_{\text{top}}\approx85.47^\circ$，偏离径向 $\varepsilon_0=90^\circ-\psi_{\text{top}}\approx4.53^\circ$。有大气时，壳内 Bouguer 不变量为 $nR\sin90^\circ=nR$，出射到真空处 $\sin\psi_{\text{vac}}=\dfrac{nR}{R+h}=\dfrac{1.0003\times6371}{6391}\approx0.99717$，即 $\psi_{\text{vac}}\approx85.69^\circ$，偏离径向 $\varepsilon=90^\circ-\psi_{\text{vac}}\approx4.31^\circ$。两光线方向对地心的张角之差

$$\delta=\varepsilon_0-\varepsilon\approx4.53^\circ-4.31^\circ\approx0.22^\circ$$

即太阳实际位置比表观位置低约 0.22°。

(3) 第（2）问：日出延迟 $\Delta t\approx0.9$ min 春分日赤道观察者的太阳周日轨迹与地平线正交，天球以角速度 $\dfrac{360^\circ}{24\ \text{h}}=15^\circ/\text{h}$ 转动。若无大气，需等地平线再转过 δ 才能看到同一位置的太阳：

$$\Delta t=\frac{\delta}{15^\circ/\text{h}}\approx\frac{0.22^\circ}{15^\circ/\text{h}}\approx0.015\ \text{h}\approx0.9\ \text{min}\ (\approx53\ \text{s})$$

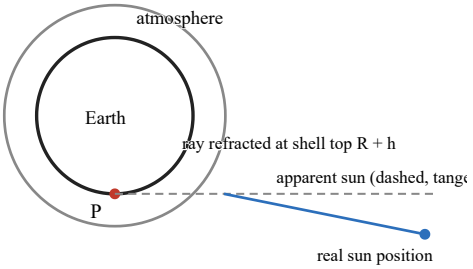

Fig.16-1 shell atmosphere of thickness h over Earth of radius R; critical ray grazes the ground at P and bends at the shell top, real sun below the horizon

口径说明：本题为估算，本站采用球壳 Bouguer 不变量 $nr\sin\psi$ 建模，得 $\delta \approx 0.22^{\circ}$、$\Delta t \approx 0.9$ min（约 53 s）。卷面图 16a 为球壳几何。本题为估算，结果保留一至两位有效数字。

逐光知理 · 竞赛答案册 · 易错点速查

第41届全国中学生物理竞赛预赛 · 易错点速查

补在原册之后：原册答案与详解未作任何改动

共 6 条 · 绑定本卷题号

只挑本卷最容易失分的动作，按「错法 / 机理 / 正解」三段写，题号与原册一致；公式沿用原册口径。

第 3 题

错法 漏掉入射电子的初动能，直接按基态束缚能 13.6 eV 算波长得 91 nm；或只按初动能 2.0 eV 辐射，得约 620 nm 可见光。

机理 电子从很远处飞来并形成静止基态氢原子，光子能量等于初动能加上进入基态释放的束缚能 $|E_1|$，两项缺一不可；只算束缚能少了初动能项，只算初动能则漏掉 13.6 eV 束缚能。

正解 $h\nu = E_k + |E_1| = 2.0 + 13.6 = 15.6\,\text{eV}$，$\lambda = hc/15.6\,\text{eV} \approx 79\,\text{nm}$。

第 4 题

错法 把静摩擦力写成 $f = \mu N = 2mg$；或把墙面正压力 N 当成摩擦力，认为最大静摩擦足以支撑重力即平衡已满足。

机理 竖直方向木块只受重力与静摩擦，平衡要求 $f = mg$；静摩擦由平衡条件决定，并不自动取满 μN。$N = kx = 2mg/\mu$ 是墙面法向力，与竖直摩擦分属两个方向。

正解 平衡条件 $\mu N \geq mg$，代入 $N = kx$ 得 $k \geq mg/(\mu d)$，即最小劲度系数 $k_{\min} = mg/(\mu d)$。

第 10 题 · 第(1)(2)问

错法 第一空按回温后的最大向外压差向内算摩擦；第二空只按放回瞬间的低温低压取摩擦条件，忽略回温阶段的最不利时刻。

机理 放回瞬间瓶内仍低温低压，向内净压力 $f = (p_0 - p')S$ 由瓶颈静摩擦承担；塞子须在冷却、放回、回温全过程保持不动，最不利时刻是回温到 300 K、瓶内 $p = 2p_0$ 时，向外压差达最大 $p_0 S$。

正解 第一空 $f = (p_0 - p')S \approx 0.49 p_0 S$；第二空由 $\mu N \geq p_0 S$ 得 $\mu \geq p_0 S/N$。

第 11 题 · 第(1.1)(1.2)问

错法 把倾覆临界与滑动临界混为一个条件；或力矩平衡时把重力臂、惯性力臂取反，写成 $ma \cdot d = mg \cdot h$。

机理 非惯性系中重力 mg 竖直向下过重心、惯性力 ma 水平反向；绕支点 P 的力矩平衡为 $mg \cdot d = ma \cdot h$，重力臂为水平距离 d、惯性力臂为竖直高度 h。倾覆临界 $a = dg/h$，滑动临界由 $ma \leq \mu mg$ 得 $a_{\min} = \mu g$，先到哪个取决于 μ 与 d/h 的大小。

正解 恰好不翻 $a = dg/h$；超过 $a = \mu g$ 先于倾覆发生滑动；$\mu < d/h$ 时滑动先到。

第 12 题 · 第(2)问

错法 不判木块与带面的相对速度方向，一律把滑动摩擦画成沿斜面向上；或认为 $\mu = \tan\theta$ 时木块一定匀速下滑。

机理 滑动摩擦方向由木块相对带面的运动方向决定。$v_0 < \omega R$ 时木块落后于带，相对带向上滑，摩擦沿斜面向下，木块先加速到带速 ωR，再回到匀速段；$v_0 \geq \omega R$ 时木块超前，摩擦向上恰抵消重力分量，保持匀速。

正解 主情形 $v_0 < \omega R$：加速段 $t_1 = (\omega R - v_0)/(2g\sin\theta)$，行程 $s_1 = [(\omega R)^2 - v_0^2]/(4g\sin\theta)$，$T = t_1 + (l - s_1)/(\omega R)$；$v_0 \geq \omega R$ 时 $T = l/v_0$。

第 13 题 · 第(3)问

错法　拉伸后只把导线长度乘 1.1，忽略横截面积收缩，得到电阻增加 10%；或忘记导线体积守恒、截面随面内伸长而变薄。

机理　导线埋于薄膜中，面内两主方向均伸长 1.1 倍，铜体积与密度不变，横截面积缩为 $S/1.1$；电阻 $R=\rho L/S$，$L\to 1.1L$、$S\to S/1.1$ 同时发生，不能只算长度一项。

正解　$R'=\rho(1.1L)/(S/1.1)=1.21R$，即总电阻增加约 21%。