南京理工大学 2021 年硕士研究生招生考试

843 量子力学

南京理工大学 2021 年硕士研究生招生考试 · 满分 150 分 · 考试时间 180 分钟

考生须知

1. 本卷按招生单位公布的官方原卷逐题重排，题干、选项与图示据原卷整理。
2. 答案与解析由本站重新编撰，仅供教学研究；原卷文字与命题版权归命题单位。
3. 请在答题纸上作答，题号与原卷保持一致；作图题须写出必要的文字说明与公式。

一、简答题（共 60 分）

1. 写出德布罗意关系。有质量不同的两粒子，如果德布罗意波长相同，那么它们的动量与能量相同吗?

2. 当氢原子处于 $\psi_{nlm}=R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$ 态时，写出在 (r,θ,φ) 附近的体积元 $d\tau$ 中找到电子的几率；写出在半径 $r\sim r+dr$ 的球壳内找到电子的几率。

3. 与自由粒子相联系的波是什么波？坐标和动量的不确定度各为多少?

4. 什么是束缚态？什么是定态?

5. 不同表象之间的变换是什么变换？在不同表象中不变的量有哪些?

6. 写出 x 和 $\hat{p}_x$ 的对易关系与不确定关系。

7. 如果两力学量算符 $\hat{A},\hat{B}$ 有共同本征函数完全系，则 $[\hat{A},\hat{B}]=?$

8. 何谓简并？指出氢原子考虑自旋和不考虑自旋情况下的简并度。

9. 简述态叠加原理。

10. 列举两个表明电子具有自旋属性的实验。电子自旋角动量在空间任何方向投影的值是什么？

11. 什么是费米子？费米子体系的波函数有什么特点？

12. 简述全同性原理。

二、计算题（共 90 分）

13. 设氢原子的状态是 $\psi=\frac{1}{2}R_{21}(r)Y_{11}(\theta,\varphi)\chi_{1/2}(S_z)-\frac{\sqrt{3}}{2}R_{21}(r)Y_{10}(\theta,\varphi)\chi_{-1/2}(S_z)$，求轨道角动量 z 分量 $\hat{L}_z$、自旋角动量 z 分量 $\hat{S}_z$ 和轨道角动量平方 $\hat{L}^2$ 的平均值。

14. 若厄密算符 $\hat{F}$ 的本征方程分别为 $\hat{F}\psi_k = \lambda_k\psi_k$、$\hat{F}\psi_l = \lambda_l\psi_l$，证明属于不同本征值 λ_k, λ_l 的本征函数 ψ_k, ψ_l 彼此正交。

15. 设一质量为 m 的粒子在一维无限深势阱（$0 \le x \le a$）中运动。（1）写出粒子在此无限深势阱中能量本征值及本征态；（2）求处于基态时，粒子的德布罗意波长以及出现在 $0 \le x \le a/2$ 中的概率；（3）若处在态 $\psi(x) = \sqrt{\dfrac{8}{5a}}\left(1 + \cos\dfrac{\pi x}{a}\right)\sin\dfrac{\pi x}{a}$，求此态中粒子能量的平均值。

16. 氢原子处在基态 $\psi(r,\theta,\varphi) = \dfrac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}e^{-r/a_0}$，求：（1）$r$ 的平均值；（2）电子在 $r \sim r + dr$ 球壳内出现的几率以及最可几半径。附：$\int_0^\infty x^n e^{-\alpha x}dx = n!/\alpha^{n+1}$。

17. 一电子的哈密顿算符为 $\hat{H}=\dfrac{eB}{\mu c}\hat{S}_x$，其中 e,B,μ,c 为常量。（1）写出电子自旋 $\hat{S}_x,\hat{S}_y,\hat{S}_z$ 的矩阵形式；（2）写出电子哈密顿算符 $\hat{H}$ 的矩阵表达形式；（3）写出哈密顿算符 $\hat{H}$ 的本征值方程并求其本征值和本征函数。

18. 设某体系的哈密顿量矩阵形式为 $H=\begin{pmatrix}1 & C & 0\\ C & 3 & 0\\ 0 & 0 & C-2\end{pmatrix}$，且 $C\ll 1$。（1）应用微扰论求哈密顿量本征值到二级近似；（2）求哈密顿量的精确本征值；（3）在怎样条件下，上面二结果一致。