南京理工大学 2023 年硕士研究生招生考试

843 量子力学

南京理工大学 2023 年硕士研究生招生考试 · 满分 150 分 · 考试时间 180 分钟

考生须知

1. 本卷按招生单位公布的官方原卷逐题重排，题干、选项与图示据原卷整理。
2. 答案与解析由本站重新编撰，仅供教学研究；原卷文字与命题版权归命题单位。
3. 请在答题纸上作答，题号与原卷保持一致；作图题须写出必要的文字说明与公式。

一、简答题（共 60 分）

1. 普朗克能量子假说是基于什么实验提出的？假说的内容是什么？

2. 什么是力学量的完全集合？

3. 写出坐标表象的动量算符和角动量算符。

4. 算符 $\hat{O}$ 满足什么条件可以被称为厄密算符？

5. 写出坐标表象具有确定位置 x' 的波函数及本征值方程。

6. 写出坐标本征矢 $|x\rangle$ 的封闭性。

7. 不同表象之间的变换是一种什么变换？在不同表象中不变的量有哪些？

8. 波函数 $\Psi(x,t)$ 按算符 $\hat{Q}$ 的本征函数 $u_n(x)$ 展开为 $\Psi(x,t)=\sum_n a_n(t)u_n(x)$，写出 $\Psi(x,t)$ 在 Q 表象中的矩阵形式。

9. 何谓正常塞曼效应？何谓反常塞曼效应？

10. 在动量表象中粒子状态用波函数 $C(p,t)$ 表示，写出 $|C(p,t)|^2\,dp$ 的物理意义。

11. 写出电子具有自旋的几个实验证据。

12. 多粒子体系的一个基本特征是什么？全同粒子所组成的体系中，二全同粒子互相代换会引起体系物理状态的改变吗？

二、证明与计算题（共 90 分）

13. 证明如果 $\hat{A},\hat{B}$ 是厄密算符，则 $\frac{1}{2}(\hat{A}\hat{B}+\hat{B}\hat{A})$、$\frac{1}{2i}(\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A})$ 也是厄密算符。

14. 若粒子质量为 m，定态波函数为 $\psi=\dfrac{1}{r}e^{ikr}$，求几率流密度 $\vec{j}$。

15. 对于一维谐振子 $\hat{H}=-\dfrac{\hbar^2}{2\mu}\dfrac{d^2}{dx^2}+\dfrac{1}{2}\mu\omega^2x^2$，若处在基态 $\psi(x)=\sqrt{\dfrac{\alpha}{\sqrt{\pi}}}e^{-\alpha^2x^2/2-i\omega t/2}$，其中 $\alpha=\sqrt{\mu\omega/\hbar}$。（1）写出其对应的基态能量；（2）计算势能的平均值 $\bar{U}=\dfrac{1}{2}\mu\omega^2\overline{x^2}$；（3）计算动能的平均值 $\bar{T}=\dfrac{\overline{p^2}}{2\mu}$。附：$\int_0^\infty e^{-\alpha x^2}dx=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\pi}{\alpha}}$，$\int_0^\infty x^{2n}e^{-\alpha x^2}dx=\dfrac{1\cdot3\cdots(2n-1)}{2^{n+1}\alpha^n}\sqrt{\dfrac{\pi}{\alpha}}$。

16. 已知在 $\hat{L}^2$ 和 $\hat{L}_z$ 的共同表象中，算符 $\hat{L}_y$ 的矩阵为 $\dfrac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix}$。（1）求其本征值和归一化的本征函数；（2）将矩阵 L_y 对角化。

17. 设氢原子的状态是 $\psi=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}R_{21}(r)Y_{11}(\theta,\varphi)\\ -\frac{\sqrt{3}}{2}R_{21}(r)Y_{10}(\theta,\varphi)\end{pmatrix}$。（1）求轨道角动量 z 分量 $\hat{L}_z$ 和自旋角动量 z 分量 $\hat{S}_z$ 的平均值；（2）求总磁矩 $\hat{\vec{M}}=-\frac{e}{2\mu}\hat{\vec{L}}-\frac{e}{\mu}\hat{\vec{S}}$ 的 z 分量的平均值。

18. 一质量为 μ 的粒子在一维无限深势阱 $u(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a\\ \infty, & x<0,x>a\end{cases}$ 中。（1）求其状态波函数和能级表达式。（2）若粒子受到微扰 $H'(x)=\begin{cases}\frac{2k}{a}x, & 0<x<\frac{a}{2}\\ \frac{2k}{a}(a-x), & \frac{a}{2}<x<a\end{cases}$，其中 k 为常数，求基态能量的一级近似值。附：$\int y\cos y\,dy=\cos y+y\sin y$。