# 山东大学 2017 年硕士研究生招生考试

## 829 量子力学

山东大学 2017 年硕士研究生招生考试 · 满分 150 分 · 考试时间 180 分钟

**考生须知**

1. 本卷按招生单位公布的官方原卷逐题重排，题干、选项与图示据原卷整理。
2. 答案与解析由本站重新编撰，仅供教学研究；原卷文字与命题版权归命题单位。
3. 请在答题纸上作答，题号与原卷保持一致；作图题须写出必要的文字说明与公式。

## 一、计算及证明（共 25 分）

**1.** 由基本对易关系 $[x,\hat{p}]=i\hbar$，计算 $[x,\hat{p}^n]$ 以及 $[x^n,\hat{p}]$ 的表达式，其中 $n$ 为整数；试证明 $[\hat{p},f(x)]=-i\hbar\dfrac{\partial}{\partial x}f(x)$，$[x,f(\hat{p})]=i\hbar\dfrac{\partial}{\partial \hat{p}}f(\hat{p})$。

## 二、计算（共 25 分）

**2.** 已知束缚态波函数为 $\psi(x)$，求动量 $p$ 与动能 $T=\dfrac{p^2}{2\mu}$ 的几率分布函数的表示式。对一维谐振子基态，波函数可以表示为 $\psi(x)=\sqrt{\dfrac{\alpha}{\sqrt{\pi}}}e^{-\alpha^2x^2/2}$，$\alpha=\sqrt{\dfrac{\mu\omega}{\hbar}}$，算出动量 $p$ 与动能 $T$ 的几率分布函数，并算动能平均值。

## 三、计算（共 25 分）

**3.** 处于场强为 $B$ 的均匀强磁场中的氢原子，不计自旋，其哈密顿量 $H$ 可近似记为 $H=\dfrac{\hat{p}^2}{2\mu}+V(r)+\dfrac{eB}{2\mu c}\hat{L}_z$，其中 $\mu$ 为氢原子质量，$\hat{p}$ 为其动量，$e$ 为电子电量，$c$ 为光速，$L_z$ 为氢原子轨道角动量。求该氢原子的能级，并说明该磁场产生的物理效应。

## 四、计算（共 25 分）

**4.** 一个质量为 $m$ 的粒子在三维势场 $V=\frac{1}{2}k(x^2+y^2+z^2+\lambda xy)$ 中运动，式中 $k$ 是正的常数，$\lambda$ 是小量。（1）写出 $\lambda=0$ 时，该势场下对应的本征态函数和本征能量，并指出各能级的简并度。（2）用微扰论求基态能量至二级修正。（3）用微扰论求第一激发态的能级的一级修正值。

## 五、计算题（共 25 分）

**5.** （1）考虑自旋为 $1/2$ 的系统。试在 $\hat{S}^2,\hat{S}_z$ 表象中求算符 $A\hat{S}_y+B\hat{S}_z$ 的本征值及归一化的本征态，其中 $\hat{S}_y,\hat{S}_z$ 是自旋角动量算符，而 $A,B$ 为实常数；（2）假定此系统处于以上算符的一个本征态上，求测量 $\hat{S}_y$ 得到结果为 $\hbar/2$ 的几率。

## 六、计算题（共 25 分）

**6.** 考虑两个电子组成的系统。它们空间部分波函数在交换电子空间部分坐标时可以是对称的或是反对称的。由于电子是费米子，整体波函数在交换全部坐标变量（包括空间部分和自旋部分）时必须是反对称的。1）假设空间部分波函数是反对称的，求对应自旋部分波函数。总自旋算符定义为：$\vec{S}=\vec{s}_1+\vec{s}_2$。求：$\hat{S}^2$ 和 $\hat{S}_z$ 的本征值；2）假设两电子系统哈密顿量为：$H=A\vec{s}_1\cdot\vec{s}_2$，求系统的能量。

逐光知理 · 考研真题重排版