江西师范大学 2017 年全日制硕士研究生入学考试

849 量子力学

江西师范大学 2017 年全日制硕士研究生入学考试 · 满分 150 分 · 考试时间 180 分钟

考生须知

1. 本卷按招生单位公布的官方原卷逐题重排，题干、选项与图示据原卷整理。
2. 答案与解析由本站重新编撰，仅供教学研究；原卷文字与命题版权归命题单位。
3. 请在答题纸上作答，题号与原卷保持一致；作图题须写出必要的文字说明与公式。

一、名称解释（共 30 分）

1. de Broglie 关系

2. 全同粒子

3. 粒子数表象

二、简答题（共 60 分）

4. 在量子理论的五个基本原理中，有二个是关于量子算符的假设，请叙述该两个假设（原理）。

5. 结合量子理论创立的历史进程，指出不少于二个的物理实验事实，该实验结果无法用经典物理解释，而必须用量子理论去解释。

6. 在坐标表象中，写出常用的坐标算符 $\hat{x}$、动量算符 $\hat{p}$、角动量算符 $\hat{L}$ 与能量算符 $\hat{H}$ 的表达式。

7. 对于坐标与动量，有对易关系 $[\hat{x}_j,\hat{x}_k]=0$，$[\hat{p}_j,\hat{p}_k]=0$，$[\hat{x}_j,\hat{p}_k]=i\hbar\delta_{jk}$；对角动量则有 $[\hat{L}_\alpha,\hat{L}_\beta]=i\hbar\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\hat{L}_\gamma$。对这些对易关系，你作何理解?

8. （1）在 σ_z 表象中，写出三个泡利算符的表达式。（2）在（1）的基础上，进一步写出泡利算符在 σ_x 表象中的表达式。

三、分析计算题（共 60 分）

9. 在 $t=0$ 时刻，一粒子由下面的波函数描述：$\psi(x,0)=A\dfrac{x}{a}$（$0\le x\le a$）；$\psi(x,0)=A\dfrac{b-x}{b-a}$（$a\le x\le b$）；其他区域为零。式中 A、a、b 是常数。求：（1）归一化初始波函数（即求出以 a、b 表示的 A）；（2）在 $t=0$ 时刻，在哪里最可能发现粒子？（3）x 的期望值是多少？

10. 如果算符 $\hat{\alpha}$、$\hat{\beta}$ 满足关系式 $\hat{\alpha}\hat{\beta}-\hat{\beta}\hat{\alpha}=1$，求证：（1）$\hat{\alpha}\hat{\beta}^2-\hat{\beta}^2\hat{\alpha}=2\hat{\beta}$；（2）$\hat{\alpha}\hat{\beta}^3-\hat{\beta}^3\hat{\alpha}=3\hat{\beta}^2$。

11. 证明厄米算符的本征值必为实数，属于不同本征值的本征函数彼此正交。

12. 某量子体系 Hamilton 量的矩阵形式为 $H=\begin{pmatrix}1 & c & 0\\ c & 3 & 0\\ 0 & 0 & c-2\end{pmatrix}$。设 $c\ll 1$，应用微扰论求 H 的本征值到二级近似。

13. 已知 $\hat{a}=\left(\frac{\mu\omega}{2\hbar}\right)^{1/2}\left(\hat{x}+\frac{i}{\mu\omega}\hat{p}\right)$，$\hat{a}^{\dagger}=\left(\frac{\mu\omega}{2\hbar}\right)^{1/2}\left(\hat{x}-\frac{i}{\mu\omega}\hat{p}\right)$，且有 $[\hat{x},\hat{p}]=i\hbar$，证明 $[\hat{a},\hat{a}^{\dagger}]=1$。