山东大学 2016 年硕士研究生招生考试

829 量子力学

山东大学 2016 年硕士研究生招生考试 · 满分 150 分 · 考试时间 180 分钟

考生须知

1. 本卷按招生单位公布的官方原卷逐题重排，题干、选项与图示据原卷整理。
2. 答案与解析由本站重新编撰，仅供教学研究；原卷文字与命题版权归命题单位。
3. 请在答题纸上作答，题号与原卷保持一致；作图题须写出必要的文字说明与公式。

一、计算（共 25 分）

1. 计算入射粒子在一维阶跃势

$$V(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ V_0, & x>0,\end{cases}$$

其中 $V_0>0$。（1）当 $E>V_0$ 时的反射率 R 与透射率 T；（2）当 $E<V_0$ 时的反射率 R 与透射率 T 各为多少?

二、计算（共 25 分）

2. 一个质量为 μ 的粒子，处于势阱

$$V(x)=\begin{cases}0, & 0\le x\le a,\\ \infty, & x<0,\ x>a\end{cases}$$

中，$t=0$ 时，其归一化波函数为

$$\psi(x,0)=\sqrt{\frac{2}{5a}}\left(1-4\cos\frac{\pi x}{a}\right)\sin\frac{\pi x}{a}.$$

求：（1）在 $t=0$ 时可测量的能量值及其几率；（2）在 $t>0$ 时刻的波函数 $\psi(x,t)$；（3）在 $t>0$ 时刻的能量平均值 $\langle H\rangle$。

三、计算（共 25 分）

3. 一个质量为 m、不计自旋的带电粒子在静磁场中的哈密顿量可表为

$$H=\frac{1}{2m}\left(\vec{p}-\frac{e}{c}\vec{A}(\vec{r})\right)^2,$$

其中 $\vec{p}$ 为粒子的动量，$\vec{A}$ 为磁场的矢势。设磁场沿 z 方向的静磁场 B_0，其矢势可表示为 $\vec{A}=-B_0y\,\vec{e}_x$，$\vec{e}_x$ 表示 x 方向的单位矢量。（1）证明：该粒子动量的 x、z 方向的分量 p_x、p_z 为守恒量。（2）求该系统的量子化能级。

四、计算（共 25 分）

4. 粒子在中心力场 $V(r)$ 中运动，本征方程为 $\hat{H}_0|nlm\rangle=E_n^{(0)}|nlm\rangle$。若在 $\hat{H}_0$ 上依次附加 $\hat{H}_1=\alpha(\hat{L}_x^2+\hat{L}_y^2)$ 与 $\hat{H}_2=\beta\hat{L}_z^2$（$\alpha,\beta$ 均为正实数，且 $\beta\ll\alpha$）。求：（1）$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_1$ 的本征函数与本征值，及能级简并度；（2）对 $n=3,l=1$，$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_1+\hat{H}_2$ 的本征值一级近似，并求出零级近似波函数。

五、计算题（共 25 分）

5. （1）对于电子自旋态 $\chi_{1/2}(\sigma_z=1)$，求 σ_x 的可能值及相应的概率；（2）对于 $\sigma_x=1$ 的自旋态，求 σ 各分量的可能值及相应概率，以及 σ 的平均值。

六、计算题（共 25 分）

6. 两个自旋 $S=\frac{1}{2}$、质量 m 的粒子组成一个体系，两粒子之间的相互作用势

$$V=a\left(2-\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}_2\right)r^2,$$

其中 a 是正实数，$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1,\hat{\boldsymbol{\sigma}}_2$ 是粒子 1、2 的自旋，r 是它们之间的距离。（1）在质心系中写出体系的哈密顿量，证明体系总自旋 $\hat{S}^2$ 与 $\hat{S}_z$ 是守恒量。（2）令体系波函数 $\psi(\vec{r},s_{1z},s_{2z})=\psi(\vec{r})\varphi_{sm_s}(s_{1z},s_{2z})$，$\varphi_{sm_s}$ 为 $\hat{S}^2$ 与 $\hat{S}_z$ 的共同本征波函数，给出 $\psi(\vec{r})$ 满足的方程，分别在 $S=0$、$S=1$ 的情况下求出体系的能量。（3）设两粒子非全同，求体系的基态能量，并给出简并度。（4）设两粒子是全同的，求体系的基态能量，并给出简并度。