华中科技大学 2025 年硕士研究生入学考试

870 量子力学

华中科技大学 2025 年硕士研究生入学考试 · 满分 150.0 分 · 考试时间 180 分钟

考生须知

1. 本卷经逐题核对重排；整理版并非招生单位官方原卷。
2. 答案与解析由本站独立编撰，仅供教学研究；原卷文字与命题版权归命题单位。
3. 请在答题纸上作答，题号按重排卷保持一致；作图题须写出必要的文字说明与公式。

一、填空题（共 52 分）

1. 黑体辐射实验揭示了 _____，光电效应实验揭示了 _____，电子的晶体衍射实验揭示了 _____，斯特恩-盖拉赫实验揭示了 _____。

2. 将体系的波函数 ψ 用算符 $\hat{F}$ 的本征函数展开，即 \hat F \arphi_n=f_n \arphi_n，则测量力学量算符得到的结果为 _____，对应的算符本征态是 _____，该力学量的平均值是 _____。

3. 若两个力学量在什么条件下同时具有确定值 _____。

4. 力学量的测量值都是实数，它们都是 _____，为什么 _____。

5. 两个力学量算符互相对易，则这两个算符 _____。

6. 若波函数 \psi(\ec r,t) 在随时间变化的势场 U(\ec r,t) 中，则关于波函数满足与时间关系的方程是 _____；定态是 _____；若波函数为定态波函数，则它满足的方程是 _____。

7. 波函数的三个标准条件是什么?

8. 束缚态是指 _____，其能级特点是 _____。

9. 粒子具有波粒二象性。根据爱因斯坦的光量子理论，一个波长为 λ、频率为 u 的波，它的能量是 _____，动量是 _____；根据德布罗意假设，一个能量为 E、动量为 p 的粒子，它的波长是 _____，频率是 _____。

10. 力学量可以用矩阵来表示，力学量在自身表象下为以 _____ 的矩阵。若算符 F 在该表象下的本征值是 f_n，则在另一个表象内继续对 $\hat{F}$ 测量，得到的本征值是 _____。

11. 束缚态是 _____；若一个在空间内的波函数 $\psi(x)$ 在空间的每一个点上都只有概率振幅，粒子的出现概率遍布整个空间，即 _____ 所表示的物理意义。

12. 若波函数处于力学量 $\hat{F}$ 的本征态所表示的空间中，\psi=\sum_n c_n \arphi_n，则测量该力学量得到的结果必为 _____，得到该结果的概率为 _____；此外可见波函数满足 _____，因此要求薛定谔方程必须 _____。

13. 自旋量子数为 $1/2$ 的电子，其自旋磁矩大小为 _____。

二、实验简答题（共 18 分）

1. 判断正误，并说明为什么正确或错误。（1）在解释描述粒子的波时，有人认为是平面波干涉形成的波包；有人认为是平面中传播的衰减波。（2）对自由粒子，能量谱连续，能级简并度为无穷。（3）对体系 ψ_1 进行测量得到结果 1，对 ψ_2 进行测量得到结果 2，则对体系 $c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ 测量得到结果 1 与结果 2。

2. 设计实验验证电子的波粒二象性与自旋，并对实验进行分析说明。

三、计算题（共 80 分）

1. （1）对自由粒子 \psi(x)= rac15\sin^2kx+ rac13\cos kx，求动量与动能可能值、相应概率和平均值。（2）推导一维无限深势阱 $0 < x < a$ 的能量、波函数和任意时刻波函数。（3）$t = 0$ 时，无限深势阱中粒子 \psi(x)=\psi_1+ rac1{\sqrt2}\psi_3- rac1{\sqrt2}\psi_4，求任意时刻能量可能值、相应概率、平均值和波函数。

2. （ 1 ） \hat F= egin{pmatrix}c&a-ib\a+ib&-c\end{pmatrix} ，\hat G= egin{pmatrix}c&a+ib\a+ib&c\end{pmatrix}，a, b, c 均为非零实数，判断二者谁可用作力学量算符的矩阵。（2）$\hat{F}$ 与 $\hat{G}$ 是否对易？判断 $\hat{F}\hat{G}$ 是否为力学量算符。（3）$f(r)$ 只与 r 有关，计算 $[\hat{p}_x, f(r)]$。（4）对一维自由粒子，求坐标与动量的对易关系，并根据不确定关系估计一维谐振子的最低能量。（5）二维希尔伯特空间 $\hat{F}^2 = \hat{G}^2 = 1$，$\hat{F}\hat{G} + \hat{G}\hat{F} = 0$；求在 F 表象中 $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 的矩阵形式。

3. 电子置于 $ecB=(B_x,B_y,B_z)$ 均匀磁场中。（1）写哈密顿矩阵；（2）求本征能量；（3）$B_x,B_y\ll B_z$，用微扰法求近似能量至二级和波函数至一级。提示：\hat H= rac{e\hbar}{2\mu} ec\sigma\cdot ec B。

4. （1）ec n=(\sin heta\cos arphi,\sin heta\sin arphi,\cos heta)，自旋算符在 ecn 方向投影 S_n，证明自旋算符在空间各方向投影只有 $+\hbar/2$ 和 $-\hbar/2$ 两个取值。（2）在上述取 $+\hbar/2$ 的本征态 $\chi_{1/2}$ 下，测量 S_z 的可能值、概率和平均值。（3）$t=0$ 态 \chi(0)= egin{pmatrix}1\0\end{pmatrix}，沿 z 方向有 B_0，加时变磁场 $ecB=B'\cos 2\omega_0 t\,\hat{x}+B'\sin 2\omega_0 t\,\hat{y}$，$\omega_0=\mu_B B_0/\hbar$。求 $t>0$ 的 $\chi(t)$，并计算自旋向上态和向下态随时间变化规律。