河南师范大学 2024 年攻读硕士学位研究生入学考试

804 量子力学

科目：量子力学 满分：150 分 考试时间：180 分钟

整理版（非官方文件） 题干逐题重排 答案与解析本站自编

一、简答题（每小题 6 分，共 30 分）

1．（6 分）当光的强度足够时，任何频率的光照射到某金属板上都可以产生光电效应吗？为什么？

2．（6 分）量子力学中，能同时用粒子坐标和动量的确定值来描写粒子的状态吗？为什么？

3．（6 分）已知体系的状态波函数为 $\psi(x)$，如在该状态下测量力学量 F 有确定值 λ，写出力学量算符 $\hat{F}$ 与波函数 $\psi(x)$ 之间的关系。

4．（6 分）什么是力学量完全集？试给出一个例子。

5．（6 分）轨道角动量与自旋角动量的性质有哪些不同？

二、填空题（每空 3 分，共 21 分）

6．（3 分）电子衍射实验表明，衍射波的波长 λ 和粒子的动量 p 满足德布罗意关系_____。

7．（3 分）已知氢原子处于 $\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)$，则电子在 (r,θ,φ) 点周围的体积元 $\mathrm{d}\tau$ 内的几率为_____。

8．（3 分）在球坐标系中，动量在径向方向上的分量（称为径向动量）$\hat{p}_r=-i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r}\right)$，则 $\hat{p}_r^{\dagger}=$ _____。

9．（6 分）$[\hat{L}_x,\hat{L}_y]=$ _____；$\{\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_y\}=$ _____。

10．（6 分）考虑电子的自旋 $\hat{S}$，氢原子 $n=3$ 时的能级 E_3 为_____，能级 E_3 的简并度为_____。

三、选择题（每小题 3 分，共 12 分）

11．（3 分）下列说法正确的是（ ）

A．粒子可以在一维无限深势阱中的任何位置出现。

B．$C_1\psi_1+C_2\psi_2$ 和 $C_1e^{i\alpha}\psi_1+C_2e^{i\beta}\psi_2$ 表示同一个量子态。

C．$[\hat{p}_x,\hat{x}^{100}]=-100i\hbar\hat{x}^{99}$。

D．光被晶体散射的实验证明了量子力学中零点能的存在。

12．（3 分）在 $\hat{L}_z$ 的任何一个本征态下，$\hat{L}_x$ 的平均值为（ ）

A．$\hbar$　　B．O

C．$\hbar^2/4$　　D．$i\hbar$

13．（3 分）在动量表象中，算符 $\hat{p}_x$ 对应本征值 p' 的本征函数表示为（ ）

A．$|p_x\rangle$　　B．$\delta(p_x-p')$

C．$\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{ip_x x/\hbar}$　　D．$\delta(p')$

14．（3 分）下列哪个现象和电子的自旋无关（ ）

A．简单塞曼效应　　B．光谱的精细结构

C．戴维逊-革末实验　　D．斯特恩-盖拉赫实验

四、证明题（共 27 分）

15．（12 分）证明：$[\hat{p}^2, \hat{L}_z] = 0$。

16．（15 分）设 $\sigma_{\pm} = \sigma_x \pm i\sigma_y$，证明：$(\sigma_+)^2 = (\sigma_-)^2 = 0$。

五、计算题（20 分）

17．（20 分）设 $t = 0$ 时，粒子的状态为 $\psi(x) = A\left[\sin^2 kx + \frac{1}{2}\cos kx\right]$，求此时粒子的平均动量。

六、计算题（20 分）

18．（20 分）设在 $\hat{H}^0$ 表象中，$\hat{H}$ 的矩阵元为 $H_{11} = E_1^0$、$H_{22} = E_2^0$、$H_{33} = E_3^0$、$H_{13} = a$、$H_{31} = a^*$、$H_{23} = b$、$H_{32} = b^*$，其余为零。求 $\hat{H}$ 的本征值（精确到二级修正）。

七、计算题（20 分）

19．（20 分）已知 $\hat{A}$、$\hat{O}$ 为厄米算符，它们的本征值都是非简并的，且 $\hat{A}^2 = \hat{O}^2 = 1$，$\hat{A}\hat{O} + \hat{O}\hat{A} = 0$。求 $\hat{A}$ 表象中算符 $\hat{O}$ 的本征值和本征函数。