河南师范大学 2023 年攻读硕士学位研究生入学考试
804 量子力学

科目：量子力学 满分：150 分 考试时间：180 分钟

整理版（非官方文件） 题干逐题重排 示意图 SVG 矢量重绘 答案与解析本站自编

一、简答题（每小题 6 分，共 30 分）

1.（6分）高频率的 X 射线被轻元素中的电子散射后，波长随着散射角的增大而增大。写出该过程中波长的变化。该结论由哪几位物理学家进行了实验验证?

2.（6分）什么是态叠加原理?

3.（6分）在算符 $x, \sqrt{\ }, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$ 中，哪些是线性厄米算符?

4.（6分）在一维谐振子的占有数表象中，粒子数算符如何表示?

5.（6分）氢原子处在均匀外磁场中，观察谱线。如果外磁场很强，会有什么现象?

二、填空题（每空 3 分，共 21 分）

6.（3分）在 0 K 附近，钠的价电子动能为 E_K，则其德布罗意波长可表示为_____。

7.（3分）一粒子处在一维势场 $\frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2$ 中运动，则该粒子的状态满足的薛定谔方程可表示为_____。

8.（3分）在一个 2 维体系中，力学量算符 $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 相互独立且对易，则这两个算符有组成完全系的_____。

9.（6分）联系不同表象中态和力学量的变换矩阵 S 是_____矩阵，并且有 $S^{\dagger}S = SS^{\dagger} =$ _____。

10.（6分）全同粒子，根据统计规律，可分为_____和_____。

三、选择题（每小题 3 分，共 12 分）

11.（3分）下列说法正确的是（ ）

A、玻尔的量子化条件为 $p\,\mathrm{d}q = nh$。

B、线性谐振子的能量和动量都是量子化的。

C、力学量的表示形式和表象变换有关。

D、电子的自旋就是电子的自转。

逐光知理 · 考研真题重排版

12.（3分）一个量子体系处于角动量平方算符 $\hat{L}^2$ 与角动量 z 分量算符 $\hat{L}_z$ 的共同本征态上，$\hat{L}^2$ 的测量值为 $2\hbar^2$，则测量 $\hat{L}_z$ 的可能值为（ ）

A、 $\hbar, 2\hbar$

B、 $0, \pm\hbar$

C、 $\frac{\hbar}{4}, \frac{\hbar}{2}$

D、 $\pm\hbar$

13.（3分）对于自由粒子体系，下列哪个力学量不是守恒量？（ ）

A、坐标

B、动量

C、角动量

D、能量

14.（3分） $\{\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y\} =$ （ ）

A、 $2i$

B、 $i\hbar$

C、 1

D、 0

四、证明题（共 27 分）

15.（12分）证明： $[\hat{x}, \hat{p}_x f(x)\hat{p}_x] = i\hbar(\hat{p}_x f(x) + f(x)\hat{p}_x)$。

16.（15分）证明算符之间的 Jacobi 恒等式： $[\hat{A}, [\hat{B}, \hat{C}]] + [\hat{B}, [\hat{C}, \hat{A}]] + [\hat{C}, [\hat{A}, \hat{B}]] = 0$。

五、计算题（20 分）

17.（20分）设粒子在有限势阱 $[0, a]$ 中运动的波函数表示为 $\psi = Ce^{2x/a}$，求归一化系数 C，并计算在 $\frac{a}{2} \le x \le \frac{3a}{4}$ 区间找到粒子的几率。

六、计算题（20 分）

18.（20分）已知具有三个能级的微观体系，其哈密顿算符在 H^0 表象中的矩阵元为 $H^0_{11} = 3a$，$H^0_{22} = a$，$H^0_{33} = -2a$，其他矩阵元为零。体系受到微扰 $\hat{H}'$ 的作用，其微扰矩阵如右图所示，其中 a, b 为很小的实数。利用微扰公式求体系能量的近似解（到二级近似）。

$$H' = a \begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$$

七、计算题（20 分）

19.（20分）已知某微观体系的归一化波函数为 $\psi(x) = \sqrt{\frac{1}{5}}\psi_0(x) + \sqrt{\frac{1}{2}}\psi_2(x) + \sqrt{\frac{3}{10}}\psi_3(x)$，其中 $\psi_n(x)$ 是谐振子的能量本征函数。求在 $\psi(x)$ 下，测量能量的可能值、相应几率及平均值。

逐光知理 · 考研真题重排版

逐光知理 · 考研真题重排版