第36届全国中学生物理竞赛复赛试题

物　　理

2019 年 | 复赛理论部分

一、

1. 如图 a，旅行车上有一个半径为 R 的三脚圆凳（可视为刚性结构），三个相同凳脚的端点连线（均水平）构成边长为 a 的等边三角形，凳子质心位于其轴上的 G 点。半径为 r 的一圆筒形薄壁茶杯放在凳面上，杯底中心位于凳面中心 O 点处，茶杯质量为 m（远小于凳子质量），其中杯底质量为 $\frac{m}{5}$（杯壁和杯底各自的质量分布都是均匀的），杯高为 H（与杯高相比，杯底厚度可忽略）。杯中盛有茶水，茶水密度为 ρ。重力加速度大小为 g。

图待补

R、a、G、A、B、C 标注待补

图 a

图待补

$OD\perp AC$，D 在 AC 背离 B 一侧

图 b

1) 为了使茶水杯所盛茶水尽可能多并保持足够稳定，杯中茶水的最佳高度是多少?

2) 现该茶水杯（杯中茶水高度最佳）的底面边缘刚好缓慢滑移到与圆凳的边缘内切于 D 点时静止（凳面边有小凸缘，可防止物体滑出；凳面和凳面边的凸缘各自的质量分布都是均匀的），且 $OD \perp AC$（见图 b），求此时旅行车内底板对各凳脚的支持力相对于滑移前（该茶水杯位于凳面中心处）的改变。

二、

2. 农用平板车的简化模型如图 a 所示，两车轮的半径均为 r（忽略内外半径差），质量均为 m（车轮辐条的质量可忽略），两轮可绕过其中心的光滑细车轴转动（轴的质量可忽略）；车平板长为 l、质量为 $2m$，平板的质心恰好位于车轮的轴上；两把手（可视为细直杆）的长均为 $2l$、质量均为 m，且把手前端与平板对齐。平板、把手和车轴固连成一个整体，车轮、平板和把手各自的质量分布都是均匀的。重力加速度大小为 g。

图待补

$2l$、l、r、2m、m、把手前端/末端待补

图 a 农用平板车的简化模型

1) 该平板车的车轮被一装置（图中未画出）卡住而不能前后移动，但仍可绕车轴转动。将把手提至水平位置由静止开始释放，求把手在与水平地面碰撞前的瞬间的转动角速度。

2) 在把手与水平地面碰撞前的瞬间立即撤去卡住两车轮的装置，同时将车轮和轴锁死，在碰后的瞬间立即解锁，假设碰撞时间较短（但不为零），碰后把手末端在竖直方向不反弹。已知把手与地面、车轮与地面之间的滑动摩擦系数均为 μ（最大静摩擦力等于滑动摩擦力）。求在车轮从开始运动直至静止的过程中，车轴移动的距离。

三、

3. 某电磁轨道炮的简化模型如图 a 所示，两圆柱形固定导轨相互平行，其对称轴所在平面与水平面的夹角为 θ，两导轨的长均为 L、半径均为 b、每单位长度的电阻均为 λ，两导轨之间的最近距离为 d（d 很小）。一质量为 m（m 较小）的金属弹丸（可视为薄片）置于两导轨之间，弹丸直径为 d、电阻为 R，与导轨保持良好接触。两导轨下端横截面共面，下端（通过两根与相应导轨同轴的、较长的硬导线）与一电流为 I 的理想恒流源（恒流源内部的能量损耗可不计）相连。不考虑空气阻力和摩擦阻力，重力加速度大小为 g，真空磁导率为μ_0。考虑一弹丸自导轨下端从静止开始被磁场加速直至射出的过程。

图待补

L、b、d、θ、导轨、弹丸、恒流源、I 待补

图 a 某电磁轨道炮的简化模型

1) 求弹丸在加速过程中所受到的磁场作用力；

2) 求弹丸的出射速度；

3) 求在弹丸加速过程中任意时刻、以及弹丸出射时刻理想恒流源两端的电压；

4) 求在弹丸的整个加速过程中理想恒流源所做的功；

5) 在 $\theta=0°$ 的条件下，若导轨和弹丸的电阻均可忽略，求弹丸出射时的动能与理想恒流源所做的功之比。

四、

4. 2016 年 9 月，G20 峰会在杭州隆重召开，其会议厅的装饰设计既展示出中国建筑的节能环保理念，又体现了浙江的竹文化特色。图 a 给出了其部分墙面采用的微孔竹板装饰的局部放大照片，该装饰同时又实现了对声波的共振吸收。竹板上有一系列不同面积、周期性排列的长方形微孔，声波进入微孔后导致微孔中的空气柱做简谐振动。单个微孔和竹板后的空气层，可简化成一个亥姆霍兹共振器，如图 b 所示。假设微孔深度均为 l、单个微孔后的空气腔体体积均为 V_0、微孔横截面积记为 S。声波在空气层中传播可视为绝热过程，声波传播速度与空气密度 ρ 及体积弹性模量 κ 的关系为

图待补

原卷为实物照片

图 a 微孔竹板装饰局部放大照片

图待补

l、V_0、S 标注待补

图 b 亥姆霍兹共振器模型

$$v_s=\sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$$

其中 κ 是气体压强的增加量 Δp 与其体积 V 相对变化量之比

$$\kappa=-\frac{\Delta p}{\Delta V/V}=-\frac{V\Delta p}{\Delta V}$$

已知标准状态（273 K，1 atm=1.01×10^5 Pa）下空气（可视为理想气体）的摩尔质量 M_{mol}=29.0 g/mol，热容比 γ=7/5，气体普适常量 R=8.31 J/(K\cdot mol)。

1) 求标准状态下空气的密度和声波在空气中的传播速度 v_s；

2) 求上述亥姆霍兹共振器吸收声波的频率（用 ρ、S、l、V_0 表示）；

3) 为了吸收频率分别为 120 Hz 和 200 Hz 的声波，相应的两种微孔横截面积之比应为多少?

五、

5. 图 α 是基于全内反射原理制备的折射率阶跃型光纤及其耦合光路示意图。光纤内芯直径 50 μm，折射率 n_1=1.46；它的玻璃外包层的外径为125 μm，折射率 n_2=1.45。氦氖激光器输出一圆柱形平行光束，为了将该激光束有效地耦合进入光纤传输，可以在光纤前端放置一微球透镜进行聚焦和耦合，微球透镜的直径 D=3.00 mm，折射率 n=1.50。已知激光束中心轴通过微球透镜中心，且与光纤对称轴重合。空气折射率 n_0=1.00。

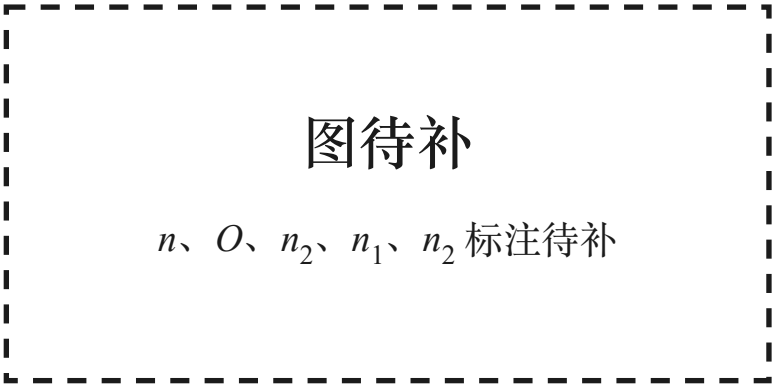

图 α　激光束经微球透镜耦合进入光纤示意图

1) 为了使光线能在光纤内长距离传输，在光纤端面处光线的最大入射角 θ 应为多大?

2) 若光束在透镜聚焦过程中满足近轴条件，为了使平行激光束刚好聚焦于光纤端面（与光纤对称轴垂直）处，微球透镜后表面中心顶点 O 与光纤端面距离应为多大?

3) 为了使进入光纤的全部光束能在光纤内长距离传输，平行入射激光束的直径最大不能超过多少?

六、

6. 宇宙射线中有大量高速飞行的 π 介子，它们会衰变成 μ 子和 μ 型反中微子

$$\pi \rightarrow \mu + \bar{\nu}_{\mu}$$

已知 π 介子和 μ 子的静止质量分别为 $m_{\pi}=139.57061\,\mathrm{MeV}/c^2$和 $m_{\mu}=105.65837\,\mathrm{MeV}/c^2$，反中微子的静止质量近似为零。在实验室参照系中测得 π 介子的飞行速度大小为 $v=0.965c$（c 为真空中的光速）。

1) 求上述衰变过程产生的 μ 子的最大速率和最小速率;

2) 上述衰变产生的 μ 子从距离地面 10000 m 的高空竖直向下飞行，已知静止的 μ 子的半衰期 $T_{1/2}^{(0)}=1.523\,\mu\mathrm{s}$，求地面观察者能够观测到的 μ 子的最大概率。

七、

7. 闪电是地球上最壮丽的自然现象之一。人们对闪电进行了大量研究，近年来还观测到闪电导致的瞬间发光和伽玛射线暴等新现象。闪电通常由雷电云（离地 6 – 12 km）放电产生，多数闪电发生在云内，少数到达地面。由于云内冰状颗粒相互碰撞，小颗粒冰晶带正电，随气流上浮到云上端；较大颗粒带负电，下坠到云底端（见图 a）。云中闪电中和了云内的正负电荷，而云地闪电则把负电荷释放到地面。



图 a　雷电云的电荷分布示意图

1) 利用高空气球携带的电场测量仪测量高空中某圆柱形空域雷电云内的电场，其强度可视为均匀分布，大小为 0.15 MV/m。该圆柱区域的中轴线垂直于地面，半径为 2.5 km，高度为 1.0 km。求该区域上下两端的电势差、正电荷总量以及携带的总电能。已知真空介电常量ε_0。

2) 在起电过程中，雷电云上下两端电荷会随时间指数增加。当地表电场大于1.0 kV/m 时，就会发生云地闪电，因此地表电场很少超过10 kV/m。假定 1）中所述的雷电云从高空缓慢整体下移，直至其负电荷层离地高度为 6.0 km 时暂时保持稳定，地面为良导体，试估算此雷电云正下方产生的地表电场强度。

3) 云地闪电通常由带电云底端带负电的冰晶颗粒尖端放电触发，先形成一条指向地面的放电细路径（直径为厘米量级），该细路径随时间向下延伸，并导致周围空气不断电离，逐渐形成以原细路径（横截面大小可视为不变）为轴的粗圆柱形带电体，最后接近地面形成云地闪电通道。该闪电通道垂直于地面，所

带负电荷总量为 2.5C（原细放电路径内所带电量相对很小），闪电通道（中心放电细路径除外）内部电场强度大小相等。假设闪电通道的长度远大于其直径，闪电通道的直径远大于中心放电细路径的直径，且在闪电通道连通云地前的极短时间内，闪电通道内部的电荷分布可视为稳定分布。已知大气的电场击穿阈值为 3.0MV/m，试估算该云地闪电通道的直径，并导出闪电通道（中心放电细路径除外）内的电荷密度径向分布的表达式。

4) 闪电通道连通云地后，云底和通道内部的负电荷迅速流向地面；闪电区域的温度骤然上升到数万摄氏度，导致其中的空气电离，形成等离子体，放出强光，同时通道会剧烈膨胀，产生雷声，闪电的放电电流经过约 10μs 时间即可达数万安培。在通道底部（接近地面）向四周辐射出频率约为 30kHz的很强的无线电波。由于频率低于 20MHz（此即所谓电离层截止频率）的电磁波不能进入电离层内部，该无线电波会加热电离层底部（离地约 80km）的等离子体，闪电电流一旦超过某阈值将导致该电离层底部瞬间发光，形成一个以强无线电波波源（通道底部）正上方对应的电离层底部为中心的光环，最大直径可延伸到数百公里。试画出电离层底部光环产生与扩展的物理过程示意图，并计算光环半径为 100km 时光环扩张的径向速度。

5) 球形闪电（球闪）的微波空泡模型认为球闪是一个球形等离子体微波空腔（空泡）。当闪电微波较弱时，不足以形成微波空泡，会向太空辐射，穿透电离层，可被卫星观测到。实际上，卫星确实观测到了这种微波辐射。但卫星观测信号易受电离层色散的干扰，携带探测器的高空气球可到达雷电云上方观测，以避免此类干扰。为了在离地 12km 的高空观测闪电发出的微波信号，需要在该区域悬浮一个载荷（包括气球材料和探测器）为 50kg 的高空氦气球，求此气球在高空该区域悬浮时的体积。已知在离地 12km 的高度以下，大气温度随高度每升高 1km 下降 5.0K，地面温度 T_0=290K，地面压强 $p_0=1.01\times10^5$Pa，空气摩尔质量 M=29g/mol；气球内氦气密度（在离地高度 12km 处的值）ρ_{He}=0.18kg/m^3。重力加速度g=9.8m/s^2，气体普适常量 R=8.31J/(K\cdot mol)。