逐光知理 · 考研真题详解

中国石油大学（华东） 2026 年硕士研究生招生考试

843 量子力学 · 参考答案与解析（本站重新编撰）

共 5 题 · 满分 150 分 · 考试时间 180 分钟 · 答案与解析由本站独立编撰

本答案与解析由逐光知理根据重排题干独立编撰，未复制原卷答案；计算题给出关键步骤与结果，选择题给出选项判断依据。

一、简答题（共 30 分）

30 分

答案　（1）五条基本假设：

①状态假设：微观体系的状态由希尔伯特空间中的态矢量（波函数）$\psi(\vec{r},t)$ 完全描述，$|\psi|^2$ 为概率密度；物理波函数须单值、有限、连续且平方可积。

②力学量算符假设：每一个可观测的力学量对应一个线性厄米算符；测量该力学量所得结果只能是其本征值，本征函数系构成完备正交系。

③测量与统计诠释假设：体系处于 ψ 时测得力学量 A 的本征值 a_n 的概率为 $|c_n|^2$（$c_n=\langle\varphi_n|\psi\rangle$），平均值为 $\langle A\rangle=\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$；测量之后体系坍缩到相应的本征态。

④动力学演化假设：态随时间按薛定谔方程 $\mathrm{i}\hbar\dfrac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{H}\psi$ 演化，$\hat{H}$ 为体系的哈密顿算符。

⑤全同粒子假设：全同粒子不可分辨，多粒子波函数对任意两粒子交换或对称（玻色子）或反对称（费米子），后者即泡利不相容原理。

（2）$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle\hat{H}\rangle=\left\langle\dfrac{\partial\hat{H}}{\partial t}\right\rangle$；$\hat{H}$ 不显含 t 时右端为零，故 $\langle\hat{H}\rangle$ 不随时间变化，能量守恒。

解析

（1）逐条说明。

①状态假设解决「体系用什么描写」。ψ 与 $c\psi$（c 为非零复常数）描写同一状态；$|\psi|^2\mathrm{d}^3r$ 是 t 时刻在 d^3r 内找到粒子的概率，故须 $\int|\psi|^2\mathrm{d}^3r=1$，这要求 ψ 平方可积——束缚态满足，自由粒子等连续谱态须用 δ 函数归一或波包归一。

②算符假设解决「力学量如何表示」。厄米性保证本征值为实数（测量值）、本征函数正交完备（可作展开基）。位置 $\hat{\vec{r}}=\vec{r}$、动量 $\hat{\vec{p}}=-\mathrm{i}\hbar\nabla$ 是基本算符，其余力学量按对应原理构造。

③测量假设解决「理论如何与实验对应」。期望值与概率幅的联系是量子力学的统计内核；单次测量只得到一个本征值，重复制备同一态才显现 $|c_n|^2$ 的分布。

④演化假设即薛定谔方程，是量子力学的动力学方程；$\hat{H}$ 由体系的动能与势能（含相互作用）构成。

⑤全同粒子假设解决多体问题。费米子波函数反对称，两个费米子不能占据同一单粒子态（泡利原理）；玻色子对称，可多重占据。三类统计（费米-狄拉克、玻色-爱因斯坦、经典麦克斯韦-玻尔兹曼）的区别根源于此。

（2）证明。由 $\langle\hat{H}\rangle=\langle\psi|\hat{H}|\psi\rangle$ 对 t 求导，

$$\frac{\mathrm{d}\langle\hat{H}\rangle}{\mathrm{d}t}=\left\langle\frac{\partial\psi}{\partial t}\middle|\hat{H}\middle|\psi\right\rangle+\left\langle\psi\middle|\hat{H}\middle|\frac{\partial\psi}{\partial t}\right\rangle+\left\langle\psi\middle|\frac{\partial\hat{H}}{\partial t}\middle|\psi\right\rangle。$$

由薛定谔方程 $\mathrm{i}\hbar|\dot{\psi}\rangle=\hat{H}|\psi\rangle$ 得 $|\dot{\psi}\rangle=-\dfrac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{H}|\psi\rangle$，$\langle\dot{\psi}|=\dfrac{\mathrm{i}}{\hbar}\langle\psi|\hat{H}$，代入前两项：

$$\left\langle\dot{\psi}|\hat{H}|\psi\right\rangle=\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\langle\hat{H}^2\rangle,\qquad\left\langle\psi|\hat{H}|\dot{\psi}\right\rangle=-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\langle\hat{H}^2\rangle,$$

二者相消，于是

$$\frac{\mathrm{d}\langle\hat{H}\rangle}{\mathrm{d}t}=\left\langle\frac{\partial\hat{H}}{\partial t}\right\rangle。$$

$\hat{H}$ 不显含 t 时 $\dfrac{\partial\hat{H}}{\partial t}=0$，故 $\dfrac{\mathrm{d}\langle\hat{H}\rangle}{\mathrm{d}t}=0$，即能量期望值守恒。

更强的结论：$\hat{H}$ 不显含 t 时演化算符 $U(t)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\hat{H}t/\hbar}$ 与 $\hat{H}$ 对易，把 $\psi(0)=\sum_n c_n\varphi_n$ 演化成 $\psi(t)=\sum_n c_n\mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_nt/\hbar}\varphi_n$，各能量本征值的概率 $|c_n|^2$ 与 t 无关——不仅平均值守恒，能量取值的分布也守恒。若 $t=0$ 为 $\hat{H}$ 的本征态，则任意时刻仍是同一本征态。

二、计算题（共 30 分）

30 分

答案　（1）$E_n=\dfrac{n^2\hbar^2}{2I_z}$，$\psi_n(\varphi)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\varphi}$，$n=0,\pm1,\pm2,\cdots$；$n=0$ 基态非简并，$n\neq0$ 各能级二重简并（n 与 $-n$）。

（2）$A=\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}$，

$$\psi(\varphi,t)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin\varphi\,\exp\left(-\mathrm{i}\frac{\hbar t}{2I_z}\right)。$$

解析

（1）$L_z=-\mathrm{i}\hbar\dfrac{\partial}{\partial\varphi}$，$\varphi$ 是周期坐标，波函数须满足周期边界条件 $\psi(\varphi+2\pi)=\psi(\varphi)$。

本征方程 $\dfrac{L_z^2}{2I_z}\psi=E\psi$ 即 $-\dfrac{\hbar^2}{2I_z}\dfrac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}\varphi^2}=E\psi$，通解 $\psi=A\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\varphi}$，代入周期条件得 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi m}=1$，故 m 只能取整数：$m=n\in\mathbb{Z}$。此时

$$E_n=\frac{\hbar^2n^2}{2I_z},\qquad\psi_n(\varphi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\varphi}。$$

归一化 $\int_0^{2\pi}|\psi_n|^2\mathrm{d}\varphi=1$ 定出系数 $1/\sqrt{2\pi}$。$n=0$ 时 $\psi_0=1/\sqrt{2\pi}$ 为非简并基态（$E_0=0$）；$n=\pm1,\pm2,\cdots$ 时 $E_n=E_{-n}$，每个能级二重简并，对应角动量 $L_z=\pm n\hbar$。

正交性：$\int_0^{2\pi}\psi_m^*\psi_n\mathrm{d}\varphi=\delta_{mn}$。

（2）初态归一化：$\int_0^{2\pi}|A\sin\varphi|^2\mathrm{d}\varphi=A^2\pi=1$，取 $A=1/\sqrt{\pi}$（相位任意）。

用 $\sin\varphi=\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}}{2\mathrm{i}}$ 展开：

$$\psi(0)=\frac{1}{2\mathrm{i}\sqrt{\pi}}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}\right)=\frac{\sqrt{2\pi}}{2\mathrm{i}\sqrt{\pi}}\left(\psi_1-\psi_{-1}\right),$$

即 $c_1=\dfrac{1}{\mathrm{i}\sqrt{2}}$，$c_{-1}=-\dfrac{1}{\mathrm{i}\sqrt{2}}$，其余系数为零，$|c_1|^2=|c_{-1}|^2=\dfrac{1}{2}$。

时间演化给每个本征分量乘 $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_nt/\hbar}$。因 $E_1=E_{-1}=\dfrac{\hbar^2}{2I_z}$，两分量相位因子相同，可整体提出：

$$\psi(\varphi,t)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin\varphi\exp\left(-\mathrm{i}\frac{\hbar t}{2I_z}\right)。$$

结果仍是 $\sin\varphi$ 形状的「驻波」波包，只多一个随时间线性增长的整体相位，故 $|\psi(\varphi,t)|^2=|\psi(\varphi,0)|^2$ 不随时间变化——这正是两个等权简并态叠加的结果。若初态含不同能级（如 $\sin\varphi+\sin2\varphi$），形状才会随时间改变。

三、证明题（共 30 分）

30 分

> **答案**　（1）$\hat K$ 是厄米算符，厄米算符的本征值必为实数。
> （2）设 $\hat F|\psi\rangle=f|\psi\rangle$（$f$ 实），则
> $\langle\hat K\rangle=\mathrm{i}\langle\psi|(\hat F\hat G-\hat G\hat F)|\psi\rangle=\mathrm{i}f\left(\langle\psi|\hat G|\psi\rangle-\langle\psi|\hat G|\psi\rangle\right)=0$。
> （3）取 $\hat A=\hat F-\mathrm{i}\hat G$，由 $\langle\hat A\psi|\hat A\psi\rangle\geqslant0$ 得 $\overline{F^2}+\overline{G^2}\geqslant\overline{K}$。

解析

（1）先证厄米性。$\hat K^\dagger=\left(\mathrm{i}[\hat F,\hat G]\right)^\dagger=-\mathrm{i}[\hat F,\hat G]^\dagger$，而

$$[\hat F,\hat G]^\dagger=\hat G^\dagger\hat F^\dagger-\hat F^\dagger\hat G^\dagger=\hat G\hat F-\hat F\hat G=-[\hat F,\hat G],$$

故 $\hat K^\dagger=-\mathrm{i}\left(-[\hat F,\hat G]\right)=\mathrm{i}[\hat F,\hat G]=\hat K$，即 $\hat K$ 厄米。

厄米算符的本征值实：设 $\hat K|k\rangle=k|k\rangle$，则 $k\langle k|k\rangle=\langle k|\hat K|k\rangle=\langle\hat Kk|k\rangle=k^*\langle k|k\rangle$，得 $k=k^*$。

（2）$\hat F$ 厄米，其本征值 f 为实数。由 $\hat F|\psi\rangle=f|\psi\rangle$ 及 $\langle\psi|\hat F=\langle\psi|f$：

$$\langle\psi|\hat F\hat G|\psi\rangle=f\langle\psi|\hat G|\psi\rangle,\qquad\langle\psi|\hat G\hat F|\psi\rangle=f\langle\psi|\hat G|\psi\rangle,$$

两者相等，故 $\langle\psi|[\hat F,\hat G]|\psi\rangle=0$，从而 $\langle\hat K\rangle=0$。

这一条常用来判断「某算符能否与 $\hat F$ 有共同本征态」：若 $\hat K\neq0$ 且在某态上 $\langle\hat K\rangle\neq0$，则该态不可能是 $\hat F$ 的本征态。

（3）令 $\hat A=\hat F-\mathrm{i}\hat G$，则 $\hat A^\dagger=\hat F+\mathrm{i}\hat G$（$\hat F$、$\hat G$ 厄米），

$$\hat A^\dagger\hat A=(\hat F+\mathrm{i}\hat G)(\hat F-\mathrm{i}\hat G)=\hat F^2+\hat G^2-\mathrm{i}\hat F\hat G+\mathrm{i}\hat G\hat F=\hat F^2+\hat G^2-\mathrm{i}[\hat F,\hat G]。$$

而 $\hat K=\mathrm{i}[\hat F,\hat G]$，故

$$\hat{A}^\dagger\hat{A}=\hat{F}^2+\hat{G}^2-\hat{K}。$$

对任意态 $|\psi\rangle$，$\langle\psi|\hat{A}^\dagger\hat{A}|\psi\rangle=\|\hat{A}\psi\|^2\geqslant 0$，即

$$\overline{F^2}+\overline{G^2}\geqslant\overline{K},$$

其中 $\overline{F^2}$ 表示 $\langle\hat{F}^2\rangle$。等号成立当且仅当 $\hat{A}|\psi\rangle=0$，即 $\hat{F}|\psi\rangle=\mathrm{i}\hat{G}|\psi\rangle$。

将此式用于 $\hat{F}=\hat{x}-\langle\hat{x}\rangle$、$\hat{G}=\hat{p}-\langle\hat{p}\rangle$，$\hat{K}=\mathrm{i}[\hat{x},\hat{p}]=\mathrm{i}\cdot\mathrm{i}\hbar=-\hbar$ 得 $\Delta x^2\Delta p^2\geqslant\left(-\hbar/2\right)^2$ 的加强形式 $\Delta x^2\Delta p^2\geqslant\hbar^2/4$（此处 $\overline{K}$ 取 $\pm$ 号取决于定义，标准不确定关系由此式取实部得到）。

四、计算题（共 30 分）

30 分

答案 零级本征态与本征值：

$$E_1^{(0)}=\Lambda,\qquad |1\rangle=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\ \sqrt{2}\\ 1\end{pmatrix}$$

$$E_2^{(0)}=0,\qquad |2\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ 0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$E_3^{(0)}=-\Lambda,\qquad |3\rangle=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\ -\sqrt{2}\\ 1\end{pmatrix}$$

一级能量修正全为 0（$\langle n|\hat{H}'|n\rangle=0$），二级修正为

$$E_1\approx\Lambda+\frac{\varepsilon^2}{2\Lambda},\qquad E_2\approx 0,\qquad E_3\approx-\Lambda-\frac{\varepsilon^2}{2\Lambda}$$

一级近似波函数

$$|1\rangle^{(1)}=|1\rangle-\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2\Lambda}|2\rangle+\frac{\mathrm{i}\sqrt{2}\,\varepsilon}{4\Lambda}|3\rangle$$

$$|2\rangle^{(1)}=|2\rangle-\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2\Lambda}|1\rangle-\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2\Lambda}|3\rangle$$

$$|3\rangle^{(1)}=|3\rangle+\frac{\mathrm{i}\sqrt{2}\,\varepsilon}{4\Lambda}|1\rangle-\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2\Lambda}|2\rangle$$

解析

第一步，解零级问题。记 $A=\Lambda/\sqrt{2}$，零级哈密顿量矩阵

$$\hat{H}_0=\begin{pmatrix}0&A&0\\A&0&A\\0&A&0\end{pmatrix}。$$

特征方程 $\det(\hat{H}_0-E\mathbf{1})=0$ 给出 $-E(E^2-2A^2)=0$，即 $E=0,\ \pm\sqrt{2}A=\pm\Lambda$。

$E=\Lambda$：由第一行 $Ay=\Lambda x$ 得 $y=\sqrt{2}x$；取 $x=1$，$y=\sqrt{2}$，$z=1$，归一化得 $|1\rangle=\frac{1}{2}(1,\sqrt{2},1)^{\mathrm{T}}$。

$E=0$：第一行 $Ay=0\Rightarrow y=0$，第二行 $A(x+z)=0\Rightarrow z=-x$，得 $|2\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1)^{\mathrm{T}}$。

$E=-\Lambda$：同法得 $|3\rangle=\frac{1}{2}(1,-\sqrt{2},1)^{\mathrm{T}}$。

第二步，写出微扰矩阵在零级态上的矩阵元。$\hat{H}'=\varepsilon\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-\mathrm{i}\\0&\mathrm{i}&0\end{pmatrix}$，只有 $H'_{23}=-\mathrm{i}\varepsilon$、$H'_{32}=\mathrm{i}\varepsilon$ 非零。

对角元：$\langle1|\hat{H}'|1\rangle=\frac{1}{4}\left[\sqrt{2}(-\mathrm{i}\varepsilon/1)+\dots\right]$ 逐项算得 0；$\langle2|\hat{H}'|2\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot0+\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot0=0$；$\langle3|\hat{H}'|3\rangle=0$。故一级能量修正全为零，$\varepsilon$ 的一阶不解除任何简并。

非对角元（用 $\hat{H}'$ 作用在列矢量 $(x,y,z)^{\mathrm{T}}$ 得 $(0,-\mathrm{i}\varepsilon z,\ \mathrm{i}\varepsilon y)^{\mathrm{T}}$）：

$$\langle1|\hat{H}'|2\rangle=\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2},\quad \langle1|\hat{H}'|3\rangle=-\frac{\mathrm{i}\sqrt{2}\,\varepsilon}{2},\quad \langle2|\hat{H}'|3\rangle=\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2}。$$

第三步，一级波函数按非简并微扰公式（一级能量修正为零，故分母用零级差）：

$$|n\rangle^{(1)}=|n\rangle+\sum_{k\neq n}\frac{\langle k|\hat{H}'|n\rangle}{E_n^{(0)}-E_k^{(0)}}|k\rangle。$$

对 $|1\rangle$：$E_1^{(0)}-E_2^{(0)}=\Lambda$，$E_1^{(0)}-E_3^{(0)}=2\Lambda$，得

$$|1\rangle^{(1)}=|1\rangle+\frac{\mathrm{i}\varepsilon/2}{\Lambda}|2\rangle+\frac{-\mathrm{i}\sqrt{2}\varepsilon/2}{2\Lambda}|3\rangle=|1\rangle-\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2\Lambda}|2\rangle+\frac{\mathrm{i}\sqrt{2}\varepsilon}{4\Lambda}|3\rangle。$$

对 $|2\rangle$：$E_2^{(0)}-E_1^{(0)}=-\Lambda$，$E_2^{(0)}-E_3^{(0)}=\Lambda$，得

$$|2\rangle^{(1)}=|2\rangle-\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2\Lambda}|1\rangle-\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2\Lambda}|3\rangle。$$

对 $|3\rangle$：$E_3^{(0)}-E_1^{(0)}=-2\Lambda$，$E_3^{(0)}-E_2^{(0)}=-\Lambda$，得

$$|3\rangle^{(1)}=|3\rangle+\frac{\mathrm{i}\sqrt{2}\varepsilon}{4\Lambda}|1\rangle-\frac{\mathrm{i}\varepsilon}{2\Lambda}|2\rangle。$$

第四步，二级能量修正

$$E_n^{(2)}=\sum_{k\neq n}\frac{|\langle k|\hat{H}'|n\rangle|^2}{E_n^{(0)}-E_k^{(0)}}。$$

$E_1^{(2)}=\dfrac{(\varepsilon/2)^2}{\Lambda}+\dfrac{(2\varepsilon^2/4)}{2\Lambda}=\dfrac{\varepsilon^2}{4\Lambda}+\dfrac{\varepsilon^2}{4\Lambda}=\dfrac{\varepsilon^2}{2\Lambda}$；

$E_2^{(2)}=\dfrac{\varepsilon^2/4}{-\Lambda}+\dfrac{\varepsilon^2/4}{\Lambda}=0$（两支互消，中间能级对 ε 二阶稳定）；

$E_3^{(2)}=\dfrac{2\varepsilon^2/4}{-2\Lambda}+\dfrac{\varepsilon^2/4}{-\Lambda}=-\dfrac{\varepsilon^2}{2\Lambda}$。

于是 $E_1=\Lambda+\dfrac{\varepsilon^2}{2\Lambda}$、$E_2=0$、$E_3=-\Lambda-\dfrac{\varepsilon^2}{2\Lambda}$：$\varepsilon$ 使两端能级对称地向外推开，中间能级位置不变，这正是「能级排斥」的典型表现。

校核：$\hat H$ 的迹 $=\left(\Lambda/\sqrt{2}\right)\cdot 0+\varepsilon\cdot 0=0$，而 $E_1+E_2+E_3=\Lambda+0-\Lambda=0$，二阶修正之和也为 0，与迹不变一致。

五、计算题（共 30 分）

30 分

> 答案　取 $\omega=\mu_0 B$，则
>
> $$P\left(S_y=+\frac{\hbar}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(1+\sin\omega t\right),\qquad P\left(S_y=-\frac{\hbar}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\sin\omega t\right)。$$
>
> 即自旋绕 x 轴进动，S_y 的取值概率以角频率 $\omega=\mu_0 B$ 振荡。

解析

写哈密顿量：$\hat H=-\mu_0\vec B\cdot\hat{\vec S}=-\mu_0 B\hat S_x=-\dfrac{\hbar\omega}{2}\sigma_x$，$\omega=\mu_0 B$。

在 S_z 表象取基 $|+\rangle=(1,0)^{\mathrm T}$、$|-\rangle=(0,1)^{\mathrm T}$，$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$。

$t=0$ 态 $|\psi(0)\rangle=|+\rangle$。

演化算符

$$U(t)=\exp\left(-\frac{\mathrm i\hat H t}{\hbar}\right)=\exp\left(\mathrm i\frac{\omega t}{2}\sigma_x\right)=\cos\frac{\omega t}{2}+\mathrm i\sigma_x\sin\frac{\omega t}{2},$$

（利用 $\sigma_x^2=\mathbf 1$ 的泰勒展开）。作用到初态：

$$|\psi(t)\rangle=\cos\frac{\omega t}{2}|+\rangle+\mathrm i\sin\frac{\omega t}{2}\sigma_x|+\rangle=\cos\frac{\omega t}{2}|+\rangle+\mathrm i\sin\frac{\omega t}{2}|-\rangle。$$

这正是绕 x 轴转角的进动：由 σ_x 把 $|+\rangle$ 翻成 $|-\rangle$。

在 S_y 表象中

$$|+y\rangle=\frac{1}{\sqrt2}\left(|+\rangle+\mathrm i|-\rangle\right),\qquad |-y\rangle=\frac{1}{\sqrt2}\left(|+\rangle-\mathrm i|-\rangle\right)。$$

振幅

$$\langle+y|\psi(t)\rangle=\frac{1}{\sqrt2}\left(\cos\frac{\omega t}{2}-\mathrm i\cdot\mathrm i\sin\frac{\omega t}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt2}\left(\cos\frac{\omega t}{2}+\sin\frac{\omega t}{2}\right),$$

$$\langle -y|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\omega t}{2} - \sin\frac{\omega t}{2}\right)。$$

取模方：

$$P(S_y=+\hbar/2) = \frac{1}{2}\left(1+\sin\omega t\right),\qquad P(S_y=-\hbar/2) = \frac{1}{2}\left(1-\sin\omega t\right)。$$

两项之和为 1，自洽。

校验三个时刻：$t=0$ 时 $|\psi\rangle = |+\rangle$，测 S_y 各半，$P_{\pm}=1/2$，与上式一致；$\omega t=\pi/2$ 时 $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + \mathrm{i}|-\rangle) = |+y\rangle$，$P(S_y=+\hbar/2)=1$，自旋转到 $+y$ 方向；$\omega t=\pi$ 时 $|\psi\rangle = \mathrm{i}|-\rangle$，又各半。可见 S_x 恒为 $+\hbar/2$（$\hat H$ 与 $\hat S_x$ 对易，$\hat S_x$ 守恒），自旋在 y-z 平面内匀速转动，周期 $T = 2\pi/\omega = 2\pi/(\mu_0 B)$。